

夏惊涛, 王群书, 李斌康, 等. 多层球状物角度稀疏投影 CT 重建仿真研究[J]. CT 理论与应用研究, 2014, 23(2): 249-256.  
Xia JT, Wang QS, Li BK, et al. Simulation study of spherical multilayer object CT reconstruction from sparse projection data[J]. CT Theory and Applications, 2014, 23(2): 249-256.

## 多层球状物角度稀疏投影 CT 重建仿真研究

夏惊涛<sup>✉</sup>, 王群书, 李斌康, 黑东炜, 盛亮, 马继明, 魏福利, 马戈  
(西北核技术研究所, 西安 710024)

**摘要:** 本文主要针对高密度差多层球状物体的角度稀疏投影 CT 重建问题, 进行基于 FBP 算法的仿真研究。参考特殊工件材料结构特征设计建立检测对象模型, 采用 C++ 语言开发完成平行束圆周扫描 FBP 重建仿真软件平台。分别采用直接补零和紧邻填充两种方法补全缺失的稀疏投影数据, 并进行仿真重建和比较分析。对重建图像进行了有针对性地基于边缘和区域的增强处理方法研究, 使缺陷特征得以凸显。本文的研究内容和方法可为具有类似特征的 CT 无损检测提供技术参考。

**关键词:** CT 重建; 稀疏投影; 滤波反投影; 仿真研究

**文章编号:** 1004-4140 (2014) 02-0249-08      **中图分类号:** TP 391.9      **文献标志码:** A

CT 图像重建的算法很多, 每一种都有自己的优点和缺陷, 对不同的 CT 扫描方法和不同的检测对象, 需要研究针对性的图像重建方法<sup>[1]</sup>。针对一些特殊工件的高精度 CT 无损检测研究相关重建算法不仅具有学术意义, 更具有现实需求。我们以多种材料构成的高密度差大尺寸多层球状结构物体作为 CT 检测对象, 根据其在实际扫描过程中可能出现的角度稀疏投影数据不完备问题, 对当前应用最广泛的滤波反投影 (Filter Back Projection, FBP) 图像重建算法进行有针对性地仿真研究与改进, 为具有类似特征的 CT 无损检测提供技术参考。

### 1 模型建立与 CT 仿真平台实现

#### 1.1 多层球状物 CT 仿真模型建立

在工业和军事领域, 有一些工件是由密度差别非常大的多种材料组成的, 不仅尺寸大且结构多元。多层球状分布为其中一种结构, 层内为均匀分布的同种材料, 层间材料及比重差异很大。考虑此类工件的主要材料结构特征, 设计建立高密度差多层球状物体的 CT 检测仿真对象模型, 模型为三维立体多层球状结构, 每一切面则为二维多层环状结构, 灰度值代表材料密度。

图 1 (a) 为无缺陷模型的中心切面, 表 1 中给出了其主要参数。图 1 (b) 则为一个含缺陷模型的中心切面, 可以在模型中加入各种缺陷来表征工件内部的装配失衡、结构件变形、裂隙和异杂物等情况。

#### 1.2 平行束 FBP 重建仿真平台实现

FBP 是当前实际 CT 装置中应用最多的图像重建算法, 属于解析类的经典重建算法, 可由数

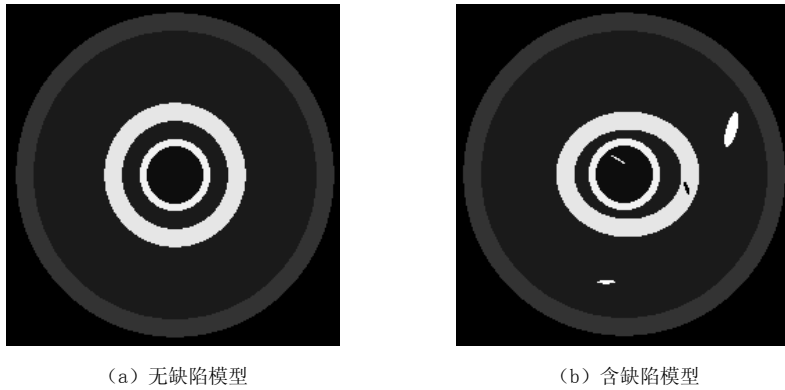


图 1 多层球状物仿真模型中心切面

Fig.1 Central slice of the spherical multilayer object model

表 1 无缺陷模型中心切面参数

Table 1 Parameters of the spherical multilayer object model without flaw

layers	1	2	3	4	5	6
gray value	0	232	22	221	18	32
radius/pixel	40	50	70	90	190	200

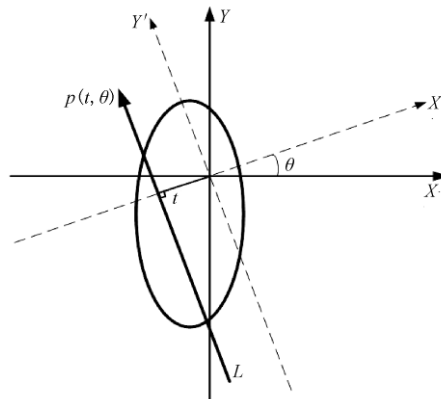


图 2 平行束扫描几何图示

Fig.2 Geometrical graphics of parallel beam CT scan

学理论严格推导得出。图 2 为二维平行束 CT 扫描的几何图示，将 FBP 图像重建算法的公式和主要实现步骤归纳概括为<sup>[2, 5-6]</sup>：

$$u(x, y) = \int_0^\pi d\theta \int_{-\infty}^\infty P(\rho, \theta) e^{i2\pi\rho x} H(\rho) d\rho$$

- (1) 获得投影数据  $p(t, \theta)$ ；将投影数据对  $t$  作一维 Fourier 变换，得到  $P(\rho, \theta)$ ；
- (2) 在频域中对投影数据滤波，即  $P(\rho, \theta)H(\rho)$ ；
- (3) 将滤波后的投影数据对  $\rho$  作一维 Fourier 逆变换，即  $Q(t, \theta) = \int_{-\infty}^\infty P(\rho, \theta)H(\rho)e^{i2\pi\rho x} d\rho$ ；

(4) 将过点  $(x, y)$  的所有滤波后的投影数据作反投影, 即  $u(x, y) = \int_0^\pi Q(t, \theta) d\theta$ , 得到重建断层的图像。

在充分理解掌握 FBP 算法理论的基础上, 基于 VC++ 软件平台, 开发完成了针对高密度差多层球状结构模型, 基于平行束圆周扫描方式的 FBP 重建仿真软件平台, 如图 3 所示。仿真平台严格按照上述步骤及理论公式, 实现了模型建立、仿真投影数据获取和 FBP 算法重建的全过程, 基于此平台及其源代码, 可以对模型结构组成及缺陷特征、扫描投影和图像重建过程中的一系列参数作出修改来模拟各种不同的情况, 对多层球状物体的平行束投影 FBP 重建进行仿真研究。

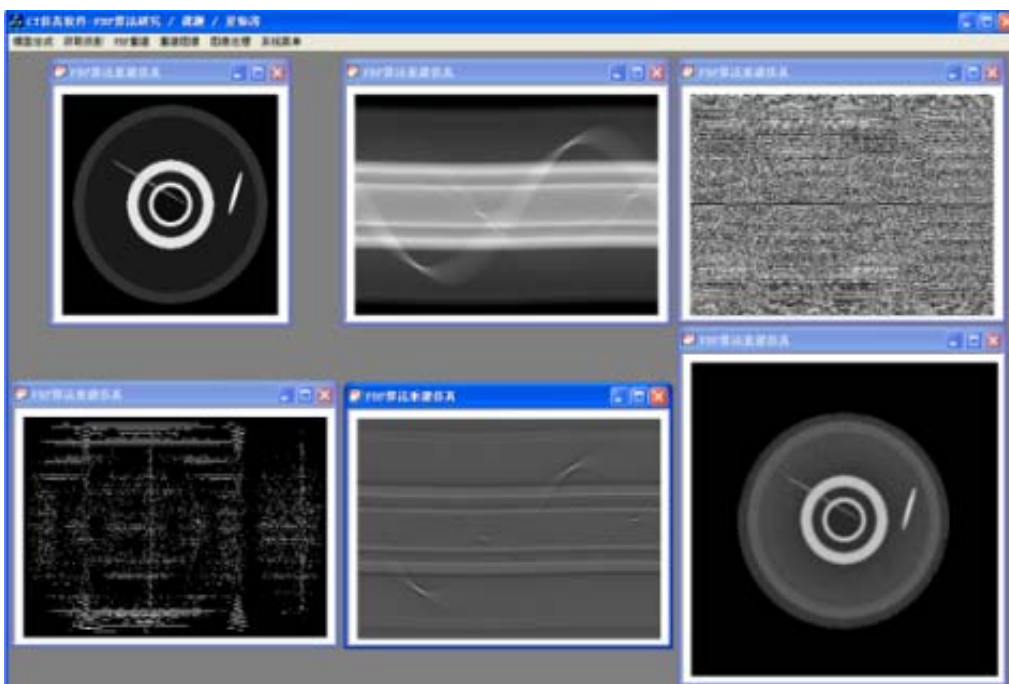


图 3 平行束扫描 FBP 重建仿真软件

Fig. 3 The simulation software platform for parallel beam CT

## 2 角度稀疏投影 FBP 重建仿真研究

### 2.1 角度稀疏投影

CT 图像重建过程也就是从投影数据来得到物体内部对特定射线衰减系数分布的过程, 无论使用何种扫描方式, 要想得到高质量的重建图像, 都要求投影数据是低噪而且比较完备的<sup>[4, 7, 9]</sup>。但在一些较特殊的 CT 扫描中, 由于受到射线剂量水平、被检测对象材料组成和形状、探测器尺寸及现场扫描空间等条件的限制, 无法获得满足要求的投影数据, 从而给图像重建带来困难<sup>[1-2]</sup>。角度稀疏投影是指扫描时相邻的旋转角之间的间隔较大, 如对工件进行间隔角度为  $\alpha$  的投影扫描, 将得到稀疏投影

$$p(t, \theta) = p(t, k \cdot \alpha), \quad k = 1, 2, \dots$$

某一断层的平行束圆周扫描投影正弦图如图(4)所示,图4(a)为某一含缺陷模型间隔 $1^\circ$ 的非稀疏正常投影正弦图,纵坐标表示探测器单元,横坐标表示扫描旋转角。对于实际的CT扫描投影,旋转角度间的投影数据将会缺失,图4(b)和图4(c)是对间隔 $12^\circ$ 的稀疏投影分别进行直接补零和紧邻填充后的投影正弦图。可基于开发的仿真软件平台,对多层球状模型角度稀疏投影进行FBP重建仿真研究。

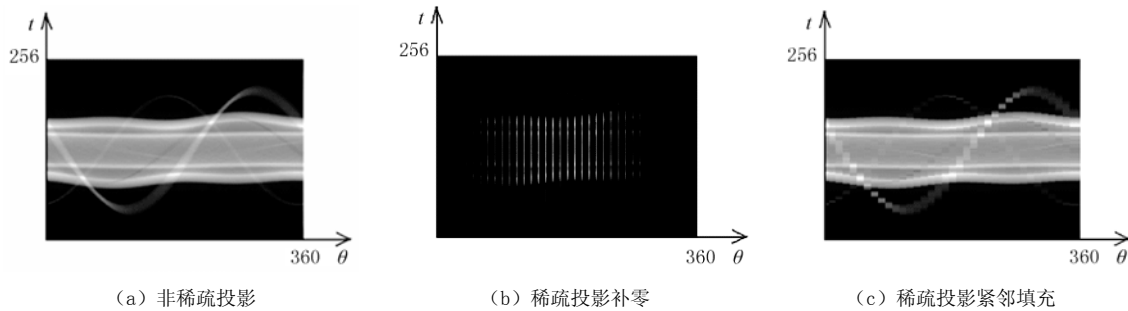


图4 平行束扫描投影正弦图

Fig.4 Sine graph of projection data of parallel beam CT

## 2.2 缺失投影数据补零重建

在角度稀疏投影下采用FBP算法重建,要保持重建图像大小及分辨,就需要对缺失的投影数据进行补位,最常用的是将所有缺失的投影以零值填充<sup>[8]</sup>,如图4(b)所示。即对于间隔为 $\alpha$ 的稀疏投影,令:

$$p(t, \theta) = 0, \quad \theta \neq k \cdot \alpha$$

图5是对含缺陷模型采用FBP算法进行重建的仿真结果,从图5(a)可以看出,对于间隔 $1^\circ$ 的非稀疏投影数据,重建断层图像的质量较好,整体6层结构明确,层内分布均匀,相邻层间边缘清晰,内部缺陷位置、形状和尺寸等细节特征都比较清楚。

图5(b)和图5(c)分别是对旋转间隔 $6^\circ$ 和间隔 $12^\circ$ 的角度稀疏投影采用补零方法填充后的FBP重建结果,可见当扫描旋转角度间隔逐渐变大,即投影越来越稀疏时,补零

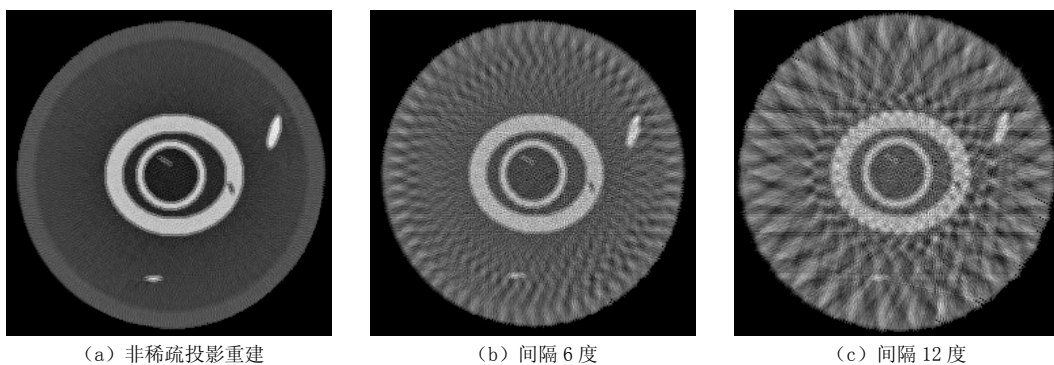


图5 角度稀疏投影补零重建结果

Fig.5 The reconstruction result from sparse projection data with direct-zero filling method

重建结果将随之变差，伪影产生严重，层间间隔变模糊，层内非均匀化，甚至影响到对物体内部主体结构的重建。在旋转角度间隔较大时，其表征内部缺陷的图像细节基本被严重的伪影所掩盖，导致无法正确判读，这将严重影响 CT 检测结果的准确性。

### 2.3 紧邻投影填充重建

考虑到实际投影扫描物理上的相关性，对于角度稀疏投影所缺失的投影数据，可采用所得到的最邻近的投影数据将其填充，相较于直接补零，这种投影填充方法更接近于实际情况，能得到相对较好的重建图像。对于间隔为  $\alpha$  的稀疏投影  $p(t, k \cdot \alpha)$ ，令：

$$p(t, k \cdot \alpha \pm \beta) = p(t, k \cdot \alpha), \quad \beta \leq \frac{\alpha}{2}$$

从图 4 中也可以看出，相较于直接补零，紧邻填充后的投影正弦图明显更接近于非稀疏正常投影。图 6 (a) 和 (b) 是对间隔  $12^\circ$  的稀疏投影分别用两种方法填充后采用 FBP 算法重建的结果，可见紧邻填充重建结果要明显好于补零重建结果，模型主体层次结构分明，伪影明显减少，内部缺陷位置清晰。但由于填充投影与实际数据存在差异，尤其是与内部缺陷相关的投影数据差异较大，这种差异必将在重建结果中引入伪影，使得图像细节变模糊，内部缺陷尺寸和形状发生畸变，造成重建结果精确性变差。

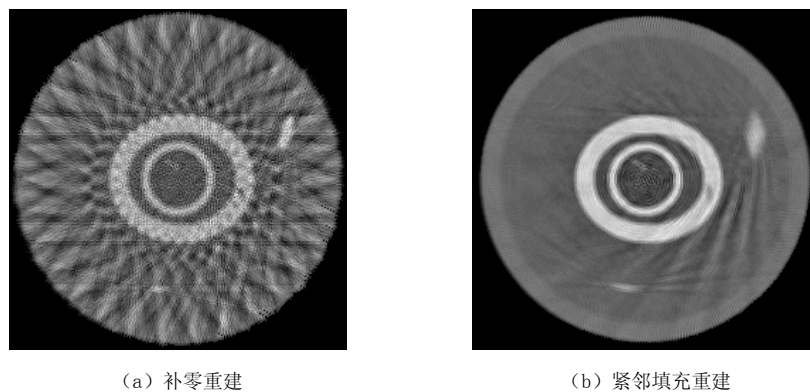


图 6 间隔  $12^\circ$  稀疏投影重建

Fig. 6 The reconstruction result from 12-degree-interval sparse projection data

## 3 重建图像特征增强处理研究

CT 无损检测的重要目的是通过图像重建来发现被检测对象的内部缺陷，终端环节往往是检测人员通过观察分析重建图像来确定缺陷的位置、大小和性质等信息，如果能够对重建图像进行适当的处理，使其内部缺陷特征得到凸显和增强，将有助于检测人员最终的观察和判定<sup>[2, 10]</sup>。

### 3.1 基于边缘缺陷特征增强处理

基于对多层球状物内部总体结构和材料密度分布特征的先验知识，重建图像的环与环之间像素值差异较大，但各环内部除可能存在的缺陷外背景像素基本一致。因此可先对重

建图像进行平滑滤波, 消除一些小尺寸的脉冲噪声, 使图像各区域内部分布更加均匀, 然后再对其内部进行边缘搜索和增强, 使缺陷凸显出来。

如图所示, 对于间隔 12 度稀疏投影紧邻填充的重建图像 (图 6 (b)), 先对其进行  $3 \times 3$  邻域像素的非线性中值滤波, 得到经过平滑处理以后的图像 (图 7(a)), 然后再对其利用 Sobel 算子进行内部边缘检测和增强处理, 得到图 7 (b) 所示结果。可以看出, 相对于原重建图像, 经过以上增强处理后图像内部的缺陷细节更加突出, 更加有利于人眼观察和发现。

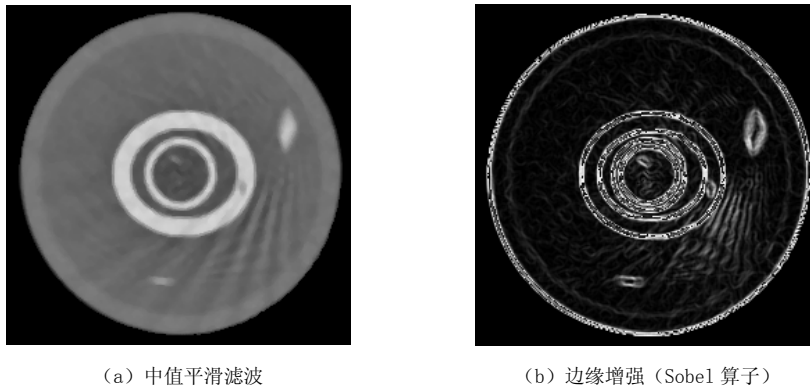


图 7 先平滑处理再边缘增强

Fig.7 Image enhancement processed with a method based on edge

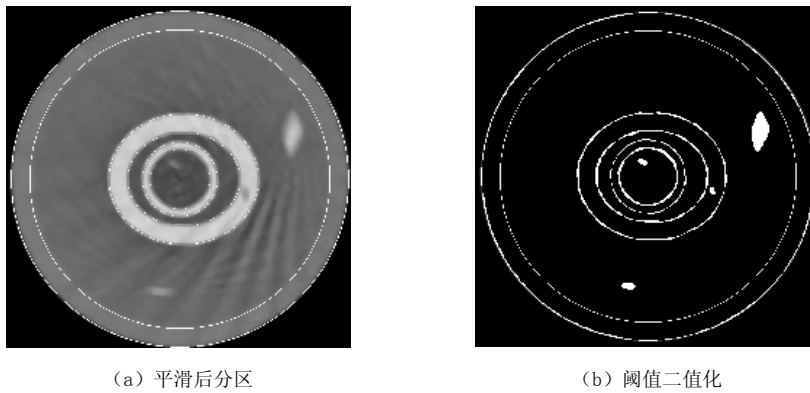


图 8 分区阈值处理

Fig.8 Image processed with a method based on area

### 3.2 基于区域的缺陷特征增强处理

由于此类工件内部分区比较分明, 各层内除缺陷外的区域分布较均匀, 因此比较适用于分区域阈值图像增强方法。即首先将图像作适当的平滑处理, 然后利用对内部区域结构分布的先验知识并结合对直接重建结果的分析对图像进行区域划分, 再对各区域分别进行阈值二值化处理<sup>[3]</sup>。

对图像完成平滑并基本分区之后如图 8 (a) 所示, 对于某一子区域, 可利用阈值二值化方法来分割缺陷, 令:

$$m_{(x,y)} = \begin{cases} 255, & \text{当 } |m_{(x,y)} - \bar{m}| \geq h \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

其中,  $m_{(x,y)}$  为子区域内  $(x, y)$  处的像素值,  $\bar{m}$  为该子区域内所有像素的平均值,  $h$  为指定的阈值, 其具体大小可通过对重建图像的分析并结合先验知识来确定, 各区域的阈值可以不同。经过以上处理后, 各环内的白色区域代表缺陷, 如图 8 (b) 所示, 此算法的关键在于子区域的划分和  $h$  阈值的确定, 如果应用得当, 可以很好地将缺陷分离凸显出来。

#### 4 结束语

本文针对高密度差多层球状物角度稀疏不完全投影的 FBP 重建问题进行了比较系统的仿真研究。首先设计建立反映 CT 检测对象为主要材料结构特征的仿真模型, 在概括总结平行束圆周扫描 FBP 算法理论的基础上, 基于 C++ 语言开发完成其仿真软件。然后, 基于所开发的软件平台实现对角度稀疏不完全投影的 FBP 重建仿真, 对稀疏投影直接补零和紧邻填充两种方法进行了比对研究, 采用后者效果相对较好。最后结合先验知识对重建结果进行针对性的图像增强处理方法研究, 分别采用基于边缘和区域的两类图像增强算法对图像进行处理, 取得了较好的效果, 使重建结果更易于观察和判定。

#### 参考文献

- [1] 张朝宗, 郭志平, 王贤刚, 等. 计算机断层成像技术原理、设计、伪像和进展[M]. 北京: 科学出版社, 2005.  
Zhang CZ, Guo ZP, Wang XG, et al. Computed tomography principle, design, artifacts and recent advances[M]. Beijing: Science Press, 2005.
- [2] 张朝宗, 郭志平, 张朋, 等. 工业 CT 技术和原理[M]. 北京: 科学出版社, 2009.  
Zhang CZ, Guo ZP, Zhang P, et al. The technology and principle of industrial CT[M]. Beijing: Science Press, 2009.
- [3] 章毓晋. 图像工程[M]. 北京: 清华大学出版社, 2007.  
Zhang YJ. Image engineering[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2007.
- [4] 刘宝东. 工业 CT 截断投影数据重建算法研究[D]. 重庆: 重庆大学, 2010.  
Liu BD. Reconstruction algorithms of industrial CT with truncated projection data[D]. Chongqing: University of Chongqing, 2010.
- [5] 王彦飞. 反演问题的计算方法及其应用[M]. 北京: 高等教育出版社, 2007.  
Wang YF. Computational methods for inverse problems and their applications[M]. Beijing: Higher Education Press, 2007.
- [6] 庄天戈. CT 原理与算法[M]. 上海: 上海交通大学出版社, 1992.  
Zhuang TG. CT principles and algorithms[M]. Shanghai: Shanghai Jiaotong University Press, 1992.
- [7] 李飞, 潘晋孝. 基于多目标优化的有限角度图像重建算法及实现[J]. CT 理论与应用研究, 2010, 19(1): 1-8.  
Li F, Pan JX. Limited angle image reconstruction algorithm based on multi-objective optimization[J]. CT Theory and Applications, 2010, 19(1): 1-8.
- [8] Liu B, Wang G, Ritman EL, et al. Image reconstruction from limited angle projections collected by multisource interior X-ray imaging systems[J]. Physics in Medicine and Biology, 2011,

56: 6337-6357.

- [9] Yu H, Wang G. A soft-threshold filtering approach for reconstruction from a limited number of projections[J]. *Physics in Medicine and Biology*, 2010, 55: 3905-3916.
- [10] Candes E, Romberg J, Tao T. Robust uncertainty principles: Exact signal reconstruction from highly incomplete frequency information[J]. *Information Theory, IEEE Transactions on*. 2006, 52(2): 489-509.

## Simulation Study of Spherical Multilayer Object CT Reconstruction from Sparse Projection Data

XIA Jing-tao<sup>✉</sup>, WANG Qun-shu, LI Bin-kang, HEI Dong-wei,  
SHENG Liang, MA Ji-ming, WEI Fu-li, MA Ge

(Northwest Institute of Nuclear Technology, Xi'an 710024, China)

**Abstract:** This paper mainly aims at the simulation study of high-density-difference multilayer spherical object reconstruction from angle-sparse projection data based on FBP algorithm. Establishes detection object model reference to the material and structure feature of the special workpieces, and develops parallel beam CT reconstruction simulation software platform based on FBP algorithm with C++ language. Uses the direct-zero and close-to-fill two methods to fill the missing sparse projection data, and carries on the simulation reconstruction and comparative analysis. Researches on the image enhancement processing method in a targeted manner, the defect feature highlights. The research contents and methods of thesis can provide technical reference to nondestructive CT tests which have similar characteristics.

**Key words:** CT reconstruction; sparse projection; Filter Back Projection; simulation study



**作者简介:** 夏惊涛<sup>✉</sup> (1981—), 男, 博士研究生, 西北核技术研究所第二研究室高级工程师, 主要从事 X 射线检测与成像方法研究, Tel: 029-84767230, E-Mail: 1981xjt2004@163.com。