

于百蕙, 赵自然, 王学武, 等. μ 子成像中心面伪影成因及其校正方法研究[J]. CT 理论与应用研究, 2014, 23(3): 385-394.
Yu BH, Zhao ZR, Wang XW, et al. Cause analysis and correction method of the center layer artifact in cosmic-ray muon radiography[J]. CT Theory and Applications, 2014, 23(3): 385-394.

μ 子成像中心面伪影成因及其校正方法研究

于百蕙, 赵自然, 王学武, 吴笃蕃, 以恒冠, 曾志, 程建平[✉]

(清华大学工程物理系, 北京 100084)

摘要: PoCA 算法和 MLSD 算法是宇宙线 μ 子成像中常用的两种算法, 其成像结果在中心面普遍存在分布均匀、灰度值较小的层状伪影。本文通过分析 μ 子成像的物理机制和重建算法原理, 研究上述中心面伪影, 指出其产生原因是成像空间中存在本底物质, 并在此基础上提出一种校正方法, 模拟实验表明该方法能在不影响 μ 子三维重建的前提下有效地消除中心面伪影。

关键词: μ 子成像; 中心面伪影; PoCA 算法; MLSD 算法

文章编号: 1004-4140 (2014) 03-0385-10 **中图分类号:** TP 391.41; TP 301.6 **文献标志码:** A

宇宙线 μ 子具有能量高, 穿透力强, 对高 Z 物质敏感等特点, 特别适合对重核材料进行无损检测成像^[1-4]。重建算法是宇宙线 μ 子成像研究的一大重点。目前常见的重建算法主要有 Schultz 等提出的径迹重建算法 (the Point of Closest Approach, PoCA)^[5-6] 和最大似然算法 (Maximum Likelihood Scattering and Displacement, MLSD)^[7-8] 等。在用 PoCA 算法和 MLSD 算法对模拟数据进行重建时, 经常会在 z 方向中心层出现分布均匀、灰度值较小的层状伪影。这主要是由于模拟空间中的本底物质会使 μ 子发生角度非常小的散射, 被误认为是目标物质所造成的散射, 从而重建出伪影。由粒子物理的知识可知, 带电粒子在均匀物质中发生多次小角度散射, 如果用一次散射的折线模型代替多次库伦散射的曲线模型, 则发生偏转的折点正好位于入射点和出射点 z 坐标的中心处^[9]。

本文首次提出成像空间中存在本底物质将导致 μ 子三维成像结果出现中心面伪影这一问题, 并且从 μ 子成像的物理原理和重建算法角度分析了产生该伪影的原因, 同时发展出一种有效的中心面伪影校正方法。

1 成像算法介绍

1.1 PoCA 算法

PoCA 算法采用单层均质模型, 如图 1 (a) 所示。假设 μ 子穿过物质, 发生多次库伦散射的偏转是由一次散射事件贡献的, 散射点是入射径迹和出射径迹的交点, μ 子在物质中的路径为过散射点、平分入射径迹和出射径迹的直线。该算法将偏转角度的平方值赋给散射点所在体素, 然后通过一定的公式计算得到每个体素的散射密度。因为散射密度与物质的原子序数相关, 所以我们最终能得到物质的原子序数信息。PoCA 算法的计算公式如下^[5]:

收稿日期: 2013-12-31。

基金项目: 国家自然科学基金 (11035002); 国家自然科学基金优秀青年基金 (11322548)。

$$\lambda_j = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^M \left(\frac{\Delta\theta_{ij}^2}{M_j} \times \frac{1}{p_{r,i}^2} \right) \quad (1)$$

其中, λ_j 是重建出的第 j 个体素的散射密度, L 是体素的边长, θ_{ij} 是当第 i 条射线的散射点落在第 j 个体素时, 散射角度的大小, M_j 是经过第 j 个体素的射线个数, p_r 是射线的能量修正因子, $p_{r,i} = \frac{p_0}{p_i}$, 其中 p_i 是第 i 条射线的能量, p_0 是定值, 默认为 3 GeV。

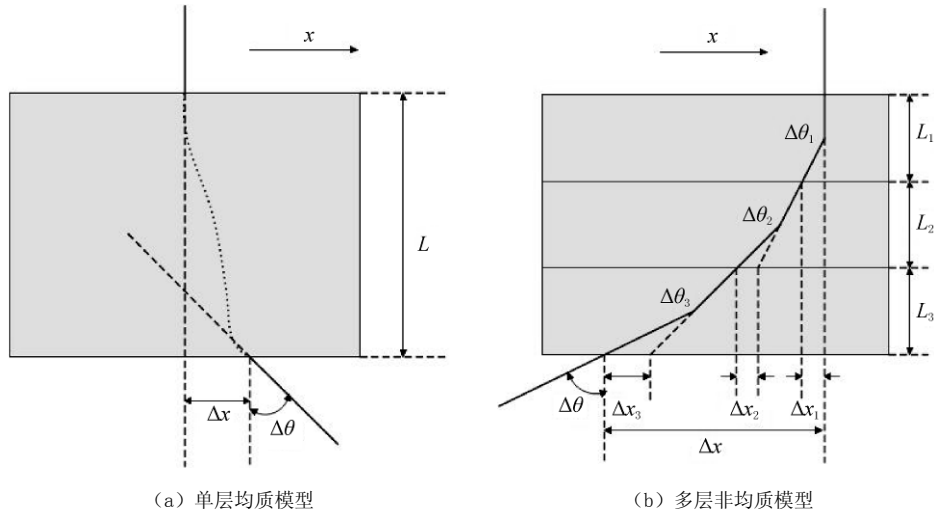


图 1 重建算法中使用的模型示意图^[5]

Fig.1 Diagram of the model used in reconstruction algorithms^[5]

1.2 MLSD 算法

MLSD 算法采用多层非均质模型, 如图 1 (b) 所示。它用二元高斯模型描述多次库伦散射事件。假设第 i 条射线经过整个模拟空间后产生的散射信息 $\mathbf{D}_i = \begin{pmatrix} \Delta\theta_i \\ \Delta x_i \end{pmatrix}$, 其符合均值为 $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, 协方差为 $\Sigma_{\mathbf{D}_i}$ 的二元高斯分布。MLSD 算法首先利用最大似然思想, 设计一个似然函数 (式 2)。然后采用 EM 方法, 通过迭代求出使似然函数达到最大值时各体素的散射密度式 (3)、式 (4)^[8]。其中 $\lambda_j^{(n)}$ 表示第 n 次迭代求得的第 j 个体素的散射密度, \mathbf{W}_{ij} 是与协方差 $\Sigma_{\mathbf{D}_i}$ 有关的量。

$$P(\mathbf{D} | \hat{\lambda}) = \prod_i p(\mathbf{D}_i | \hat{\lambda}) = \prod_i \frac{1}{2\pi |\Sigma_{\mathbf{D}_i}|^{\frac{1}{2}}} \exp \left(-\frac{1}{2} \mathbf{D}_i^T \Sigma_{\mathbf{D}_i}^{-1} \mathbf{D}_i \right) \quad (2)$$

$$S_{ij} = 2\lambda_j^{(n)} + \left(\mathbf{D}_i^T \Sigma_{\mathbf{D}_i}^{-1} \mathbf{W}_{ij} \Sigma_{\mathbf{D}_i}^{-1} \mathbf{D}_i - \text{Tr}(\Sigma_{\mathbf{D}_i}^{-1} \mathbf{W}_{ij}) \right) \times p_{r,i}^2 (\lambda_j^{(n)})^2 \quad (3)$$

$$\lambda_j^{(n+1)} = \frac{1}{2M_j} \sum_{i, l_{ij} \neq 0} S_{ij}^{(n)} \quad (4)$$

2 中心面伪影出现原因分析

在用 μ 子径迹对许多模型进行模拟数据成像时, 都会在 z 方向中心层位置出现一层数值均匀, 整体值都较小的平面, 在 xz 剖面或者是 yz 剖面中间位置就会显示一条伪影, 如图 2 和图 3 所示。

观察圆孔模型重建结果在 y 方向中心层的剖面图, 当灰度窗为正常范围时 (如 $[0, 20]$), 我们并没有明显看到中心面伪影, 当灰度窗较小时 ($[0, 1E-6]$), 可以清晰地看到中心层有一数值较为均匀的伪影。伪影的范围在 x 、 y 方向覆盖整个重建范围, 在 z 方向处于中心位置。

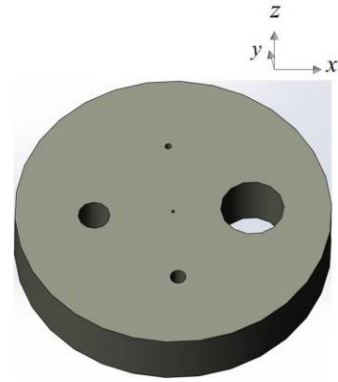
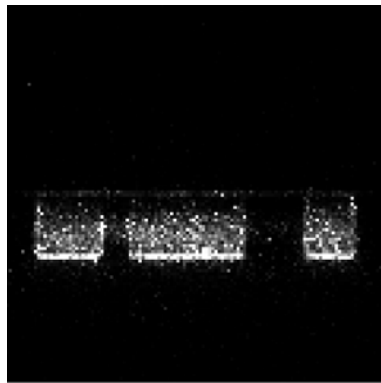
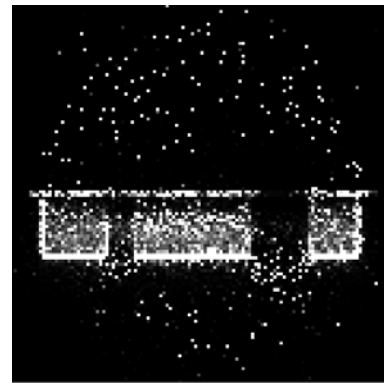


图 2 圆孔模型示意图

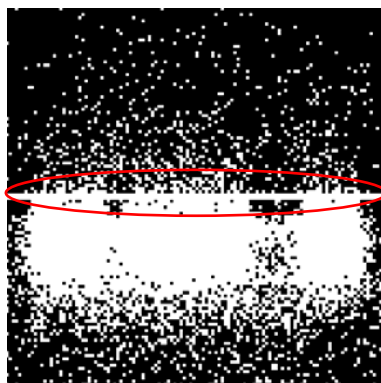
Fig.2 The hole phantom



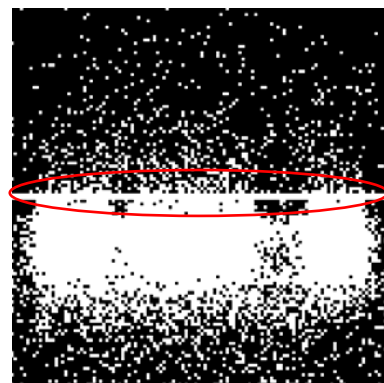
(a) PoCA 结果, 灰度窗为 $[0, 20]$



(b) MLSLSD 结果, 灰度窗为 $[0, 20]$



(c) PoCA 结果, 灰度窗为 $[0, 1E-6]$



(d) MLSLSD 结果, 灰度窗为 $[0, 1E-6]$

图 3 圆孔模型的重建结果 (y 方向中心层剖面图)

Fig.3 The reconstruction results of the hole phantom (cross-section in the middle layer of y)

通过分析模拟空间的物体成分, 查阅粒子物理方面的文献, 找出问题的原因。模拟空间内除物体以外全是真空, 此时的真空在 Geant 4 模拟中采用原子序数为 1、摩尔质量为 1.01 g/mol、温度和压强均很小、密度接近宇宙平均密度的物质。 μ 子穿过这种模拟的“真空”, 也会发生角度非常小的多次库伦散射。而通过查阅文献可知, 带电粒子穿过厚度为 L 的均质, 发生多次小角度库伦散射后, 出射方向切线与入射方向切线的交点会在 $L/2$ 处^[9]。所以“真空”的贡献将使中心层出现偏转较小的散射点。

带电粒子穿过一段均匀物质, 会因为多次库伦散射发生一个小角度偏转, 我们设这个空间角为 θ_{space} , 它在 xz 平面和 yz 平面的投影角为 $\theta_{\text{plane},x}$ 和 $\theta_{\text{plane},y}$ 。根据莫里埃 (Molière) 理论的描述, 偏转角度近似服从一个高斯分布^[10-11]:

$$\frac{1}{(2\pi)^{\frac{1}{2}} \theta_0} \exp\left(-\frac{\theta_{\text{plane}}^2}{2\theta_0^2}\right) d\theta_{\text{plane}} \quad (5)$$

$$\frac{1}{2\pi\theta_0^2} \exp\left(-\frac{\theta_{\text{space}}^2}{2\theta_0^2}\right) d\Omega \quad (6)$$

其中, $\theta_{\text{space}}^2 \approx \theta_{\text{plane},x}^2 + \theta_{\text{plane},y}^2$, $d\Omega \approx d\theta_{\text{plane},x} d\theta_{\text{plane},y}$ 。根据 Highland 的近似计算, 此高斯分布的标准差为^[12-13]:

$$\theta_0 = \frac{13.6}{\beta c p} q \left(\frac{L}{L_0}\right)^{\frac{1}{2}} \left(1 + 0.038 \ln\left(\frac{L}{L_0}\right)\right) \quad (7)$$

其中, βc 是粒子的速度, p 是动量, q 是粒子所带电荷量, L 是穿过的物质厚度, L_0 是物质的辐射长度。

多次库伦散射的示意图如图 4。其中 x_{plane} 是由多次库伦散射造成的粒子出射位置偏移, 它与 θ_{plane} 符合一个联合高斯分布 (式 8、式 9), 其互相关系数 $\rho_{x\theta} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 。

$$x_{\text{plane}} = \frac{a_1 z \theta_0 (1 - \rho_{x\theta}^2)^{\frac{1}{2}}}{3^{\frac{1}{2}}} + \frac{a_2 \rho_{x\theta} z \theta_0}{3^{\frac{1}{2}}} = \frac{a_1 z \theta_0}{12^{\frac{1}{2}}} + \frac{a_2 z \theta_0}{2} \quad (8)$$

$$\theta_{\text{plane}} = a_2 \theta_0 \quad (9)$$

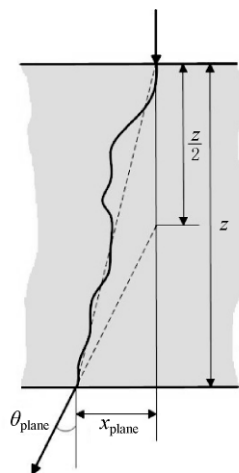


图 4 带电粒子穿过物质发生多次库伦散射示意图

Fig. 4 Multiple Coulomb scattering of a charged particle through material

上式中, a_1 、 a_2 是两个独立的符合标准高斯分布的随机变量, 将 (9) 代入 (8) 可得:

$$x_{\text{plane}} = \frac{a_1 z \theta_0}{12^{\frac{1}{2}}} + \frac{\theta_{\text{plane}} \cdot z}{2} \quad (10)$$

该分布在 $a_1 = 0$ 处有最大的概率密度, 其对应的 $(x_{\text{plane}}, \theta_{\text{plane}})$ 的值满足 $\frac{x_{\text{plane}}}{\theta_{\text{plane}}} = \frac{z}{2}$ 。所以散射点的位置最可能出现在 $\frac{z}{2}$ 处。模拟空间中除了物体会使 μ 子发生偏转, “真空” 也会使 μ 子发生角度非常小的偏转, 且散射点位于 z 方向中心层。

3 中心面伪影校正方法

在 PoCA 算法中, 假设入射径迹和出射径迹的交点就是发生散射的位置, 重建时会将偏转角度的平方全部赋值给散射点所在的体素, 散射点处就有非零值。在程序中入射径迹与出射径迹平行的判据是: $1 - \cos \theta < \varepsilon$, θ 是两条径迹的夹角, ε 是一个很小的阈值, 我们一般取 $1\text{E}-8$ 。这样就会有一些非常接近平行的射线, 它们实际上是经过“真空”发生的小角度偏转 ($\varepsilon = 1\text{E}-8$ 对应 $\theta = 0.14 \text{ mrad}$), 但此时也会重建出散射点, 且重建出的点的位置就在上下两层探测器之间的中心平面上, 数值较小。

在 MLSD 算法中, 不再假设多次库伦散射事件是由一次散射贡献, 而是设计多层非均质模型, 对每一个体素中发生的散射概率分别进行计算, 最后重建出每个体素内的散射密度值。这样 MLSD 算法理论上受中心面伪影的影响比 PoCA 算法小, 为了加快 MLSD 的迭代收敛速度, 我们一般会用 PoCA 的结果作为 MLSD 的迭代初值, 但在有限次数的迭代中 (通常为 100 次), 并不能完全消除由初值引入的中心面伪影的影响。

这里我们提出一种简单易行的校正中心面伪影的方法, 即在重建过程中适当地改变平行判据的阈值 ε 。如表 1 所示, 不同的平行阈值会对应不同角度值, 这个角度即我们判断是平行的两条射线的夹角上限。

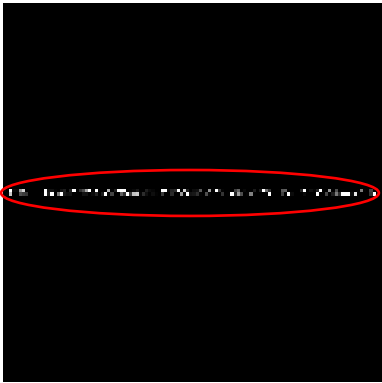
表 1 不同的平行阈值对应不同的角度值
Table 1 Different angels correspond to different threshold value in the parallel judgment

ε	1E-8	1E-7	1E-6	1E-5	1E-4
偏转角度/mrad	0.14	0.45	1.41	4.47	14.14

当增大平行阈值, 比如将 ε 由 $1\text{E}-8$ 改为 $1\text{E}-6$, 偏转角度小于 1.4 mrad 的射线会被认为是未发生偏转的平行射线。这样那些由“真空”造成的小角度偏转的射线也会被认为是平行, 从而不会重建出散射点, 这样便有效消除中心面伪影。同时, 选取阈值 ε 时要考虑不能影响目标物体的重建。如表 2 所示, 天然 μ 子在正常的能量范围内 ($3 \sim 4 \text{ GeV}$) 穿过大多数物质, 偏转角度都符合以 0 为均值的高斯分布, 其标准差都在几个 mrad 以上。而 μ 子成像的检测物质大多为高 Z 材料, μ 子穿过它们发生的偏转角度会更大。所以平行阈值 ε 取 $1\text{E}-6$,

表 2 μ 子穿过 10 cm 不同物质后发生多次散射的偏转角度分布^[5]
Table 2 Approximate multiple scattering for muons passing through 10 cm of various materials^[5]

物质	辐射长度/cm	不同能量的 μ 子穿过物质后偏转角度分布的标准差/mrad		
		0.3 GeV	3 GeV	30 GeV
水	36.10	26.3	2.6	0.3
混凝土	10.7	48.3	4.8	0.5
铁	1.76	119.2	11.9	1.2
铅	0.56	211.3	21.1	2.1
铀	0.32	279.5	28.0	2.8

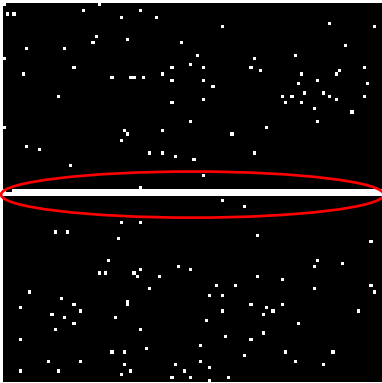


(a) PoCA 结果, 灰度窗为[0, 1E-6]

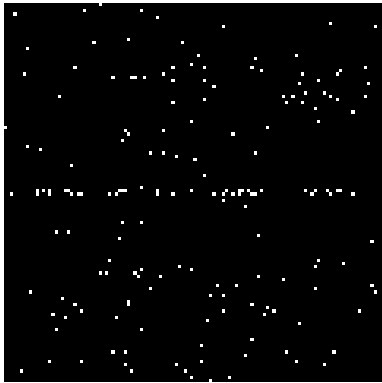


(b) 使用校正方法的重建结果, 灰度窗为[0, 1E-6]

图 5 模型 1 的重建结果 (y 方向中心层剖面图)
Fig.5 The reconstruction results of phantom 1 (cross-section in the middle layer of y)



(a) PoCA 结果, 灰度窗为[0, 1E-6]



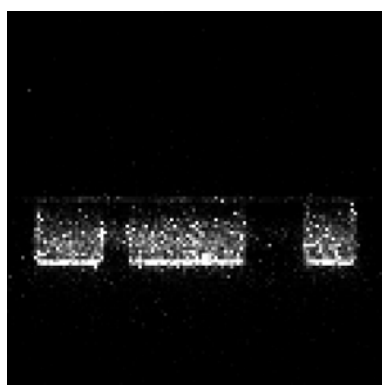
(b) 使用校正方法的重建结果, 灰度窗为[0, 1E-6]

图 6 模型 2 的重建结果 (y 方向中心层剖面图)
Fig.6 The reconstruction results of phantom 2 (cross-section in the middle layer of y)

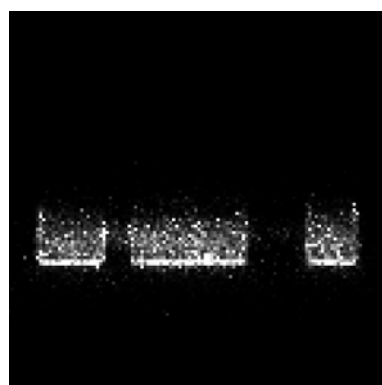
将夹角为 1.4 mrad 以下的射线都认为是平行，绝大多数情况下并不会造成目标物体的漏检。

4 实验分析

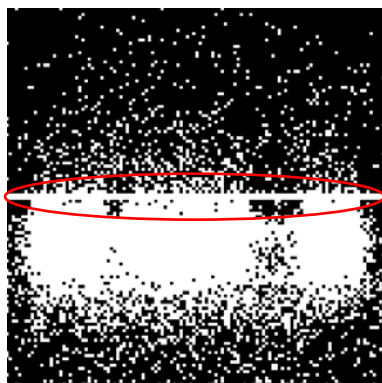
实验采用 4 个模型：模型 1 是模拟空间中不放置任何物体，全部是真空的“真空模型”；模型 2 模拟空间中不放置任何物体，全部是空气的“空气模型”；模型 3 是模拟空间中为真空，其中放置如图 2 所示的圆孔模型；模型 4 是模拟空间中为空气，并且放置圆孔模型。我们对这些模型进行成像，验证该校正方法在不同情况下的伪影去除效果。我们用 Geant 4.9.2 生成模拟数据，先用原始的 PoCA 算法进行成像，再用我们提出的校正方法进行成像，结果如图 5~图 8 所示。



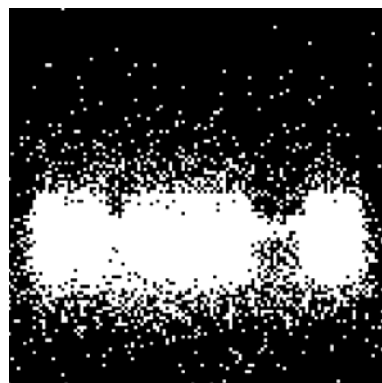
(a) PoCA 结果，灰度窗为 $[0, 20]$



(b) 使用校正方法的重建结果，灰度窗为 $[0, 20]$



(c) PoCA 结果，灰度窗为 $[0, 1\text{E-}6]$



(d) 使用校正方法的重建结果，灰度窗为 $[0, 1\text{E-}6]$

图 7 模型 3 的重建结果 (y 方向中心层剖面图)

Fig.7 The reconstruction results of phantom 3 (cross-section in the middle layer of y)

分析图 5、图 6 可见，在相同的灰度窗 $[0, 1\text{E-}6]$ 下，空气造成的 μ 子在中心层的偏转要比“真空”造成的偏转更大。经过本文的校正方法处理，“真空模型”中伪影全部消除，“空气模型”中的伪影基本消除，其中一些偏转角度大于阈值的散射点仍然存在。

由图 7 可见，对放置于真空中的圆孔模型，伪影消除效果较好。而且在正常的灰度窗 $[0, 20]$ 下观察，该方法并没有影响对物体结构的重建。

由图 8 可见,对放置于空气中的圆孔模型,在较小的灰度窗 $[0, 1E-6]$ 下,可以看到经过校正后重建结果左侧仍然有小部分伪影存在(图 8 (d) 红色区域),但整体的伪影校正效果较好。

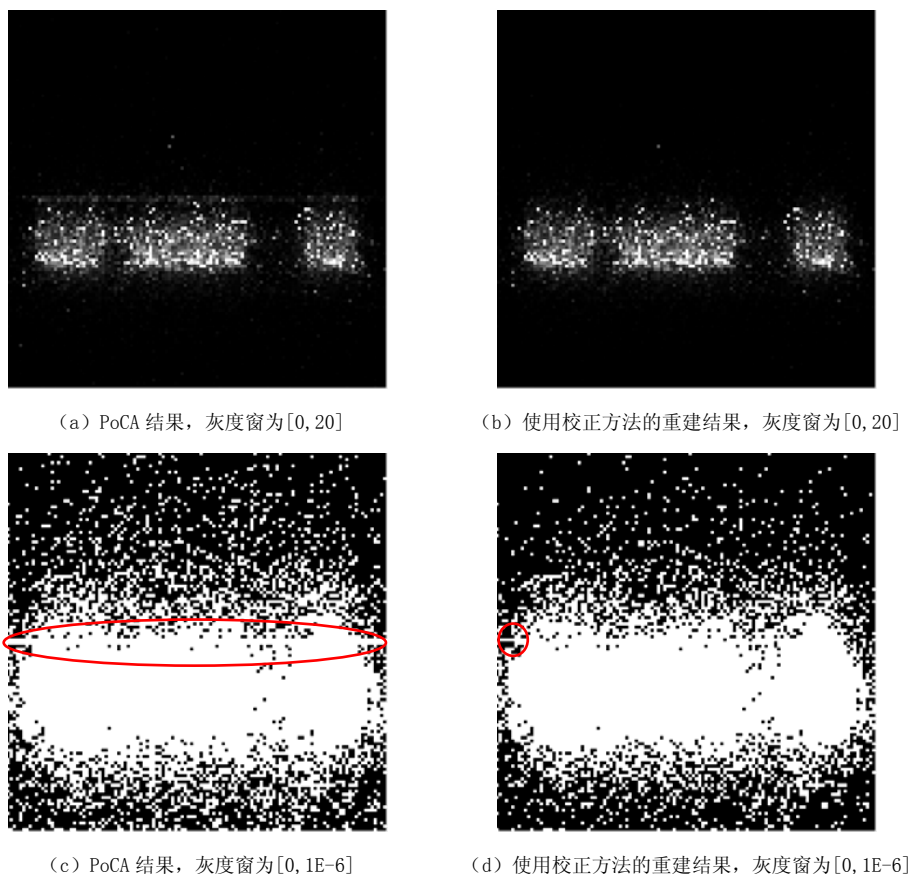


图 8 模型 4 的重建结果 (y 方向中心层剖面图)

Fig.8 The reconstruction results of phantom 4
(cross-section in the middle layer of y)

由此可见,在这里平行阈值 ε 选取 $1E-6$,是较为合适的。既能有效消除中心面伪影,又不影响物体的重建。但在 μ 子成像的实际应用中,重建物体的成分、结构、尺寸多种多样,则需要我们针对不同的成像目标灵活选择阈值。

5 结论

μ 子成像是近年来无损检测重核材料的热门方法之一,重建算法是 μ 子成像研究中的重点和难点。本文首次发现成像过程中由于成像空间内的本底物质造成 μ 子发生小角度偏转,从而会在 z 方向中心层出现伪影。

本文从 μ 子成像的物理机制和重建算法角度分析出现伪影的原因,提出行之有效的校正方法。该方法简单易行,检测空间中在背景是真空的情况下可完全消除伪影,在背景是

空气的情况下可消除大部分伪影。但在实际应用中,使用该方法时需要针对不同的模型灵活选择阈值,这部分内容将在以后的工作中进一步研究。

参考文献

- [1] Borozdin KN, Hogan GE, Morris C, et al. Surveillance: Radiographic imaging with cosmic-ray muons[J]. *Nature*, 2003, 422(6929): 277-277.
- [2] Priedhorsky WC, Borozdin KN, Hogan GE, et al. Detection of high-Z objects using multiple scattering of cosmic ray muons[J]. *Review of Scientific Instruments*, 2003, 74(10): 4294-4297.
- [3] Schultz LJ, Borozdin KN, Gomez JJ, et al. Image reconstruction and material discrimination via cosmic ray muon radiography[J]. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*, 2004, 519(3): 687-694.
- [4] 涂超, 赵自然, 张丽. 天然宇宙射线 μ 子成像检测技术研究进展[J]. *中国体视学与图像分析*, 2006, 11(4): 284-287.
Tu C, Zhao ZR, Zhang L. Cosmic-ray muon imaging for nuclear materials detection[J]. *Chinese Journal of Stereology and Image Analysis*, 2006, 11(4): 284-287.
- [5] Schultz LJ. Cosmic ray muon radiography[D]. Portland State University, 2003.
- [6] 叶瑾. 利用宇宙线对高 Z 物质进行成像的技术研究[D]. 北京: 清华大学, 2009.
- [7] 刘圆圆, 赵自然, 陈志强, 等. 用于宇宙射线 μ 子成像的 MLS-EM 重建算法加速研究[J]. *CT 理论与应用研究*, 2007, 16(3): 1-5.
Liu YY, Zhao ZR, Chen ZQ, et al. Research on accelerating MLS-EM reconstruction algorithm for cosmic ray muon radiography[J]. *CT Theory and Applications*, 2007, 16(3): 1-5.
- [8] Schultz LJ, Blanpied GS, Borozdin KN, et al. Statistical reconstruction for cosmic ray muon tomography[J]. *Image Processing, IEEE Transactions on*, 2007, 16(8): 1985-1993.
- [9] Beringer J, Arguin JF, Barnett RM, et al. Review of particle physics[J]. *Physical Review D*, 2012, 86(1).
- [10] Bethe HA. Moliere's theory of multiple scattering[J]. *Physical Review*, 1953, 89(6): 1256.
- [11] Scott WT. The theory of small-angle multiple scattering of fast charged particles[J]. *Reviews of Modern Physics*, 1963, 35(2): 231-313.
- [12] Highland VL. Some practical remarks on multiple scattering[J]. *Nuclear Instruments and Methods*, 1975, 129(2): 497-499.
- [13] Lynch GR, Dahl OI. Approximations to multiple Coulomb scattering[J]. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section B: Beam Interactions with Materials and Atoms*, 1991, 58(1): 6-10.

Cause Analysis and Correction Method of the Center Layer Artifact in Cosmic-ray Muon Radiography

YU Bai-hui, ZHAO Zi-ran, WANG Xue-wu, WU Du-fan,
YI Heng-guan, ZENG Zhi, CHENG Jian-ping[✉]

(Department of Engineering Physics, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

Abstract: In cosmic-ray muon radiography, we often use PoCA or MLSD algorithms for reconstruction. There always exists a layer of artifacts with small and homogeneous gray scale value, located in the middle plane of the reconstruction result. In this paper, we analyze the artifacts through the physics mechanism and reconstruction algorithm of cosmic-ray muon radiography, and point out that this is mainly due to the influence from the background material in the imaging space. Based on the analysis, we propose a correction method with some simulation experiments to verify that our method is able to correct the artifact effectively without influencing the reconstruction in three dimensional cases.

Key words: cosmic-ray muon radiography; center layer artifact; PoCA algorithm; MLSD algorithm



作者简介: 于百蕙 (1989—), 女, 清华大学工程物理系在读博士研究生, 主要从事宇宙线 μ 子成像算法研究, Tel: 18210243120, E-mail: yubh07@163.com; 程建平[✉] (1964—), 男, 清华大学工程物理系教授, 博士生导师, 主要从事核技术应用和辐射防护与环境保护领域的研究, E-mail: chengjp@mail.tsinghua.edu.cn。