

汪先超, 王林元, 李磊, 等. 一种基于 FDK 算法的扁平物体局部重建方法[J]. CT 理论与应用研究, 2012, 21(1): 11-18.  
Wang XC, Wang LY, Li L, et al. A method for the local reconstruction of flat object based on FDK algorithm[J].  
CT Theory and Applications, 2012, 21(1): 11-18.

## 一种基于 FDK 算法的扁平物体局部重建方法

汪先超, 王林元, 李磊, 闫镔<sup>✉</sup>

(国家数字交换系统工程技术研究中心, 郑州 450002)

**摘要:** 投影数据有截断的局部重建问题是 CT 重建领域的一个难点, 传统的重建算法会产生严重的截断伪影, 最近提出的 BPF 算法和 POCS 迭代方法虽然能解决局部重建问题, 但是它们的重建效率和并行性都比较差。针对特殊的扁平形状物体的局部重建问题, 本文对 FDK 算法在此类问题上的适用性进行了分析研究。通过数字仿真实验, 给出了一个可以比较准确重建扁平物体局部区域的条件, 即: 局部区域在水平方向上的长度大于该物体在水平方向上长度的  $1/8$ , 物体厚度小于该物体在水平方向上长度的  $1/13$ 。数字仿真和真实数据的重建结果证实了在这个条件下 FDK 算法可以很好地实现扁平物体的局部重建。

**关键词:** CT; FDK 算法; 扁平物体; 局部重建

**文章编号:** 1004-4140 (2012) 01-0011-08      **中图分类号:** TP 301.6      **文献标识码:** A

在 CT 的很多工程应用中, 由于 X 射束宽度、探测器尺寸等硬件的局限, 或者被测物体的尺寸大, 只需要某些感兴趣区域的内部图像 (特别是医疗临床诊断中只要实现对可疑病灶的成像), 因此不能或者是不需要对物体进行全局 CT 成像, 这就产生了局部重建问题。相对于全局重建, 局部重建有以下几点优势: ① X 射束在扫描过程中只需要覆盖待重建的局部区域, 可以在很大程度上减少辐射剂量和探测器尺寸, 同时也降低了探测器硬件成本; ② 能够大大提高 CT 数据采集和扫描的速度, 减少投影数据量, 进而提高图像的重建速度; ③ 能够利用有限尺寸的探测器, 结合 X 射束投影的几何放大性质, 实现高分辨率三维成像。因此研究局部重建问题对于医学临床诊断、工业无损检测等领域都具有重要的实际意义<sup>[1]</sup>。

局部重建的难点是投影数据有截断, 对于在扫描方向上投影数据都有截断的局部重建问题已经被证明是没有唯一解的<sup>[2-3]</sup>。传统的 CT 算法都是针对完整物体的全局重建, 要求 X 射线束必须完全覆盖物体断层, 否则会在 CT 图像中引起截断伪影。最近提出的 BPF 算法<sup>[4-7]</sup>和 POCS 迭代算法<sup>[8-10]</sup>虽然可以实现局部重建, 但是算法的效率比较低, 且并行性比较差。

在复杂多样的工程应用中, 经常会碰到一些特殊形状物体的局部重建问题, 例如扁平物体的局部重建, 一个典型的例子是印刷电路板 (Printed Circuit Board, PCB) 的重建。针对这种特殊形状的扁平物体的局部重建问题, 本文发现, 当扁平物体的厚度和局部区域在水平方向上的长度满足一定条件时, 高效的 FDK 算法<sup>[11]</sup>可以很好地重建扁平物

收稿日期: 2011-11-08。

基金项目: 国家高技术研究发展计划“863 计划”(2009AA012201)。

体的局部区域。

## 1 扁平物体局部重建方法的可行性分析

### 1.1 从扁平物体的形状特点进行分析

从图 1 扁平物体局部重建的示意图可以看出, 有误差的投影数据位于投影数据的边缘, 扁平物体的厚度决定了边缘有误差的投影数据的多少, 厚度越薄, 有误差的投影数据越少; 同时局部区域水平方向上的长度决定了投影数据中有误差的投影数据所占的比例, 长度越大, 投影数据中有误差的投影数据所占比例越小。如果扁平物体的厚度充分薄, 重建的局部区域水平方向上的长度充分大, 投影数据中有误差的投影数据就很少, 所占比例也很小, 此时使用 FDK 算法重建扁平物体的局部区域是可行的。

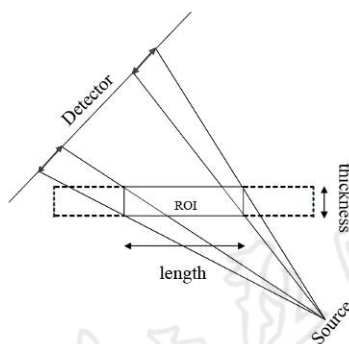


图 1 扁平物体局部重建的竖直方向俯视图

Fig.1 Planform of the local reconstruction of fat object from vertical direction

### 1.2 从 FDK 算法滤波器进行分析

在投影数据截断的情况下, 使用 FDK 算法对截断投影数据直接重建时, 之所以会出现截断伪影, 是由于各个角度下的投影在与重建滤波函数卷积的过程中, 投影边界数据的缺失导致投影数据的滤波计算误差。卷积滤波实际是一个积分过程, 某一投影位置滤波后的值受其周围多个像素值的影响, 投影滤波后的数据中某一像素的误差随着离投影截断处的距离的增加而减小。因此误差最大的像素位于投影的截断边界处, 反映在 CT 图像上即: 图像边界误差最大, 中心误差最小, 且在边界截断伪影最明显<sup>[12]</sup>。

FDK 算法最常用的是 S-L 滤波器, 其时域函数表达式如下:

$$h(nd) = \frac{-2}{\pi^2 d^2 (4n^2 - 1)}$$

其中:  $d$  为探测器的采样间隔。

从图 2 可以看出, 滤波函数的能量主要集中在中心位置, 与某投影位置的距离越远的投影值对该投影位置滤波后的值的贡献越小, 因此该投影位置滤波后的值主要由其距离比较近的少数像素值决定, S-L 滤波器本身能够在一定程度上抑制局部投影数据

造成的影响,FDK 算法滤波器的性质说明 FDK 算法重建扁平物体局部区域具有一定的可行性。

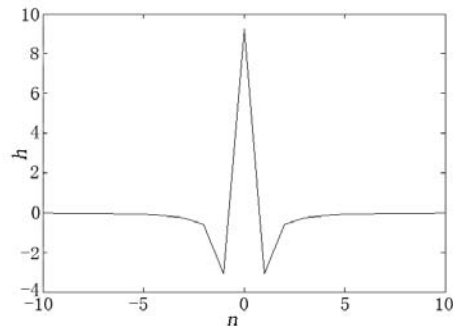


图 2 S-L 滤波器的时域函数

Fig.2 The filter function in time field

## 2 实验验证

### 2.1 数字仿真实验

数字仿真实验的主要目的是得到当扁平物体的厚度和局部区域水平方向上的长度满足什么条件时,FDK 算法可以很好地重建该扁平物体的局部区域。

实验 1: 使用  $512 \times 512 \times 10$  的 Shepp-logan 体模<sup>[13]</sup>, 探测器体素分辨率是 0.148 mm, 光源到旋转中心和探测器的距离分别是 477 mm 和 1 265 mm。在圆周上均匀采集 360 个角度的投影数据, 利用探测器上  $256 \times 256$ 、 $128 \times 128$ 、 $64 \times 64$  和  $32 \times 32$  的数据, 分别重建

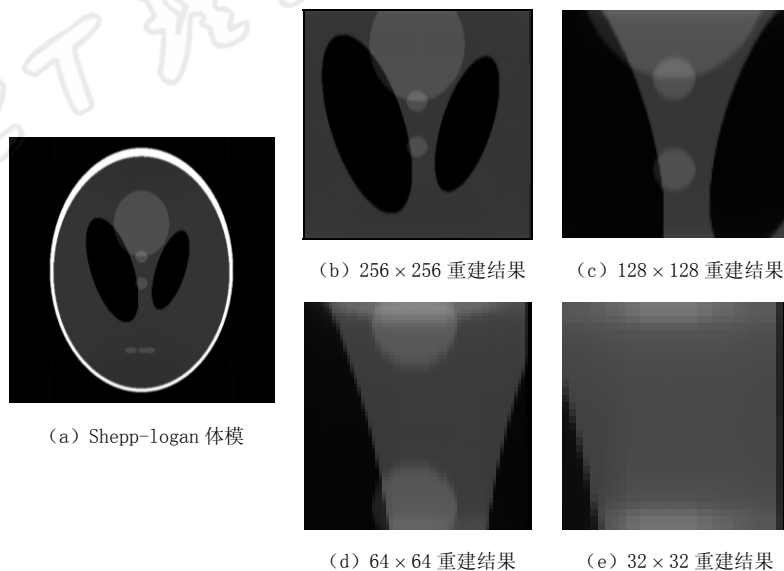


图 3 不同面积大小的局部区域的重建结果

Fig.3 The reconstruction results of different area of local region

256×256×10、128×128×10、64×64×10 和 32×32×10 不同面积大小的局部区域。该实验的主要目的是得到在重建物体厚度很薄的情况下，局部区域在水平方向上的长度对重建结果的影响。

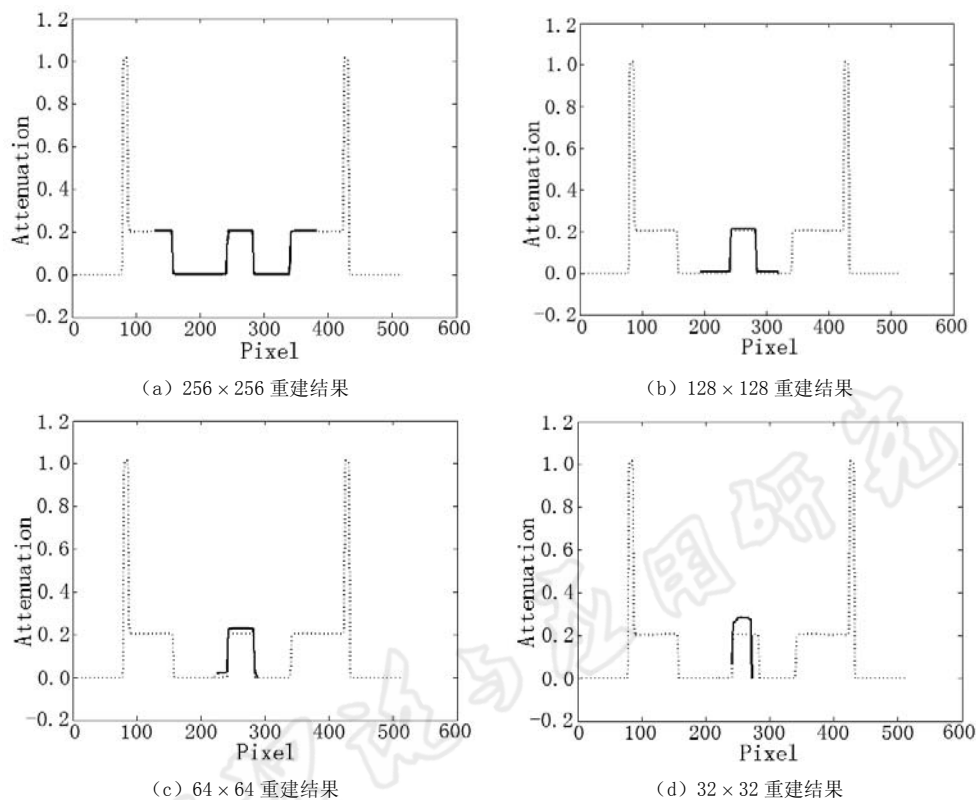


图 4 水平剖线图，其中虚线表示真值，实线表示重建结果

Fig. 4 Profiles of middle horizontal line in Fig. 3, where the solid and dotted curves indicate the reconstructed and the corresponding true values, respectively

从实验 1 的结果（图 3 和图 4）可以看出，当扁平物体的厚度对重建结果的影响很小时（这里选用的体模厚度是 10 个像素），如果重建的局部区域水平方向上的长度大于该物体的 1/8 时，重建结果和真值基本一致。

实验 2：使用不同厚度的 512×512×10、512×512×20、512×512×40 和 512×512×80 的 Shepp-logan 体模，探测器体素分辨率是 0.148 mm，光源到旋转中心和探测器的距离分别是 477 mm 和 1265 mm。在圆周上均匀采集 360 个角度的投影数据，利用探测器上 128×128 的投影数据，分别重建 128×128×10、128×128×20、128×128×40 和 128×128×80 不同厚度的局部区域。该实验的主要目的是得到在局部区域水平方向上的长度大于该物体的 1/8 的情况下，扁平物体厚度对重建结果的影响。

从实验 2 的结果（图 5，图 6）可以看出，当重建的局部区域在水平方向上的长度大于该物体在水平方向上的长度的 1/8 时，如果扁平物体的厚度不超过该物体在水平方向长度的 1/13，实验结果和真值基本一致。

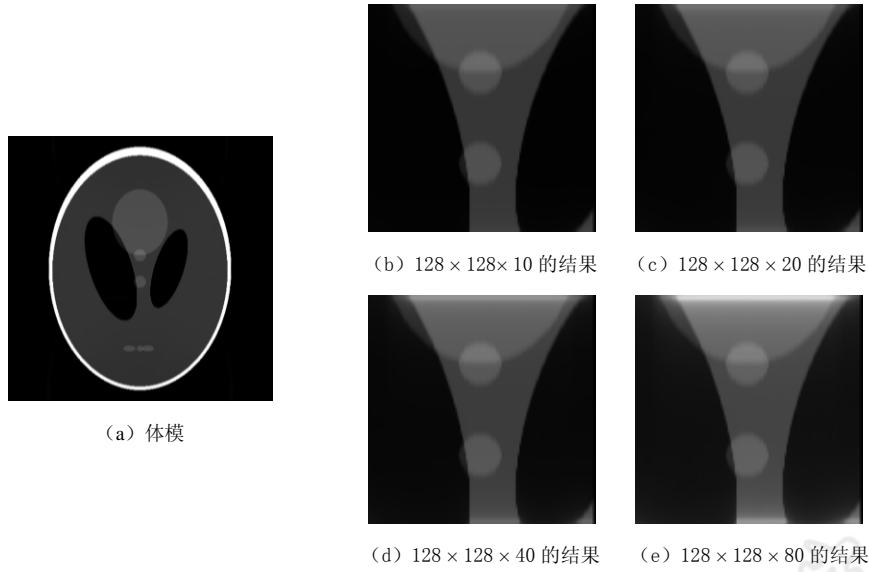


图 5 不同厚度的重建结果

Fig.5 The reconstruction results of different thickness

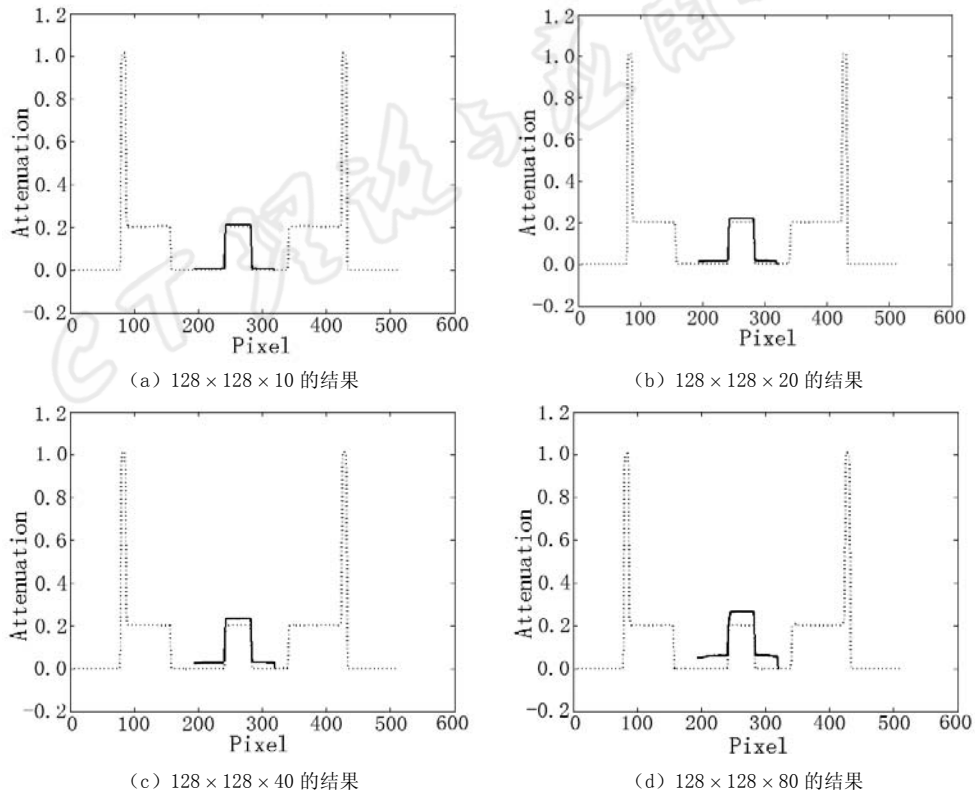


图 6 水平剖线图，其中虚线表示真值，实线表示重建结果

Fig.6 Profiles of middle horizontal line in Fig.5, where the solid and dotted curves indicate the reconstructed and the corresponding true values, respectively

从实验 1 和实验 2 的结果, 我们可以得到 FDK 算法用于扁平物体局部重建的一个经验性条件, 即: 重建的局部区域水平方向上的长度大于该物体在水平方向上长度的  $1/8$ , 物体的厚度不超过该物体在水平方向上长度的  $1/13$ 。在这个条件下, 体模的重建结果和真值基本一致。

## 2.2 真实数据实验

为了检验 FDK 算法重建扁平物体局部区域方法的有效性, 用该方法对 PCB 进行局部重建。实验所用 CT 系统主要由微焦点 X 射线光源(Hawkeye 130, Thales)和平板探测器(4343 F, Thales, 像素大小为  $0.148\text{ mm}$ ) 所组成的锥束立体成像系统。重建  $2400 \times 2400 \times 40$  的 PCB 中  $400 \times 400 \times 40$  的局部区域。光源到旋转中心和探测器的距离分别是  $477\text{ mm}$  和  $1265\text{ mm}$ , 在圆周上均匀采集 360 个角度投影数据。

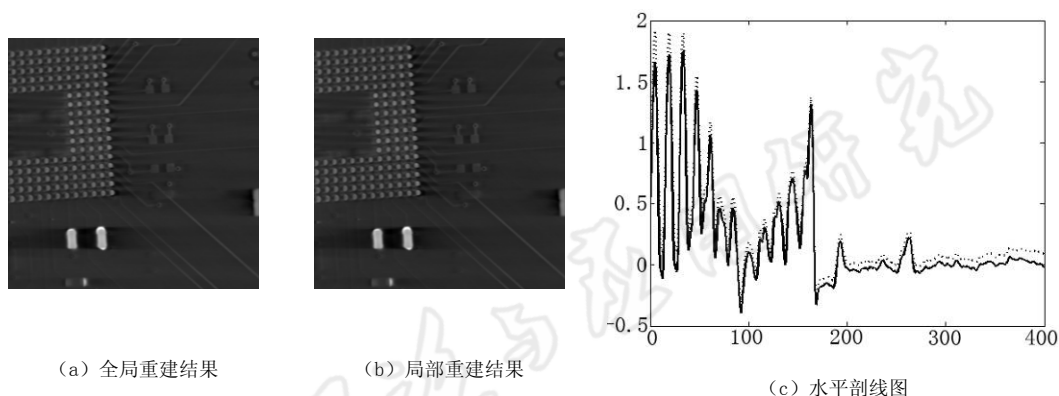


图 7 PCB 的局部重建结果及剖线图, 其中实线表示全局重建, 虚线表示局部重建  
Fig. 7 The local reconstruction results and the profiles of middle horizontal line, where the solid and dotted curves indicate the local and full reconstruction results, respectively

从图 7 可以看出, 当 PCB 的厚度和局部区域水平方向上的长度满足条件时, FDK 算法可以很好地实现 PCB 的局部重建。真实数据的重建结果再次证实了 FDK 算法可用于扁平物体局部重建的方法的有效性。

## 3 结论

本文提出了一种基于 FDK 算法的扁平物体的局部重建方法, 并对该方法的可行性进行了分析。通过数字仿真实验得到了该方法较精确重建的条件, 即: 局部区域在水平方向上的长度大于该物体在水平方向上长度的  $1/8$ , 物体厚度小于该物体在水平方向上长度的  $1/13$ 。在这个条件下, FDK 算法的重建结果和真值基本一致。最后将该方法用于 PCB 真实数据的局部重建, 真实数据实验的结果证明了该方法的有效性。

该方法为扁平物体局部重建问题提供了一个简单高效的重建策略, 相对于 BPF 算法和 POCS 迭代算法, FDK 算法有很高的并行性, 可以满足 CT 重建实时性的需求, 在实际工程应用中具有较高的实用价值。

## 参考文献

- [1] 李亮, 陈志强, 康克军, 等. 感兴趣区域 CT 图像重建方法及模拟实验[J]. CT 理论与应用研究, 2009, 18(1): 1-7.  
Li L, Chen ZQ, Kang KJ, et al. Region-of-interest image reconstruction algorithms and numerical experiments[J]. CT Theory and Applications, 2009, 18(1): 1-7.
- [2] Natterer F. The mathematics of computerized tomography[M]. New York: Wiley, 1986.
- [3] Tuy HK. An inversion formula for cone-beam reconstruction[J]. SIAM Journal on Applied Mathematics, 1983, 43(3): 546-552.
- [4] Zou Y, Pan X. Image reconstruction on PI-lines by use of filtered backprojection in helical cone-beam CT[J]. Physics in Medicine and Biology, 2004, 49(12): 2717-2731.
- [5] Sidky YE, Zou Y, Pan XC. Minimum data image reconstruction algorithms with shift-invariant filtering for helical, cone-beam CT[J]. Physics in Medicine and Biology, 2005, 50(8): 1643-1657.
- [6] Zou Y, Sidky EY, Pan X. Theory and algorithms for image reconstruction on chords and within regions of interest[J]. Journal of the Optical Society of America a-Optics Image Science and Vision, 2005, 22(11): 2372-2384.
- [7] 李亮, 陈志强, 张丽, 等. 潘晓川教授的反投影滤波(BPF)新型重建算法介绍[J]. CT 理论与应用研究, 2006, 15(3): 68-73.  
Li L, Chen ZQ, Zhang L, et al. Xiaochuan Pan's new BPF-type algorithms for computed tomography image reconstruction[J]. CT Theory and Applications, 2006, 15(3): 68-73.
- [8] Michel D, Frederic N, Rolf C, et al. Truncated hilbert transform and image reconstruction from limited tomographic data[J]. Inverse Problems, 2006, 22(3): 1037-1053.
- [9] Ye YB, Yu HY, Wei YC, et al. A general local reconstruction approach based on a truncated Hilbert transform[C]//International Journal of Biomedical Imaging, 2007, Article ID: 63634.
- [10] Li L, Kang KJ, Chen ZQ, et al. A general region-of-interest image reconstruction approach with truncated Hilbert transform[J]. Journal of X-ray Science and Technology, 2009, 17(2): 135-152.
- [11] Davis LC, Kress JW, Feldkamp LA. Practical cone-beam algorithm[J]. Journal of the Optical Society of America, 1984, 1(6): 612-619.
- [12] 李保磊, 张耀军. 基于改进重建滤波器的局部 CT 重建算法[J]. CT 理论与应用研究, 2010, 19(4): 11-17.  
Li BL, Zhang YJ. A local reconstruction algorithm of CT based on improved reconstruction filter[J]. CT Theory and Applications, 2010, 19(4): 11-17.
- [13] Shepp LA, Logan BF. The fourier reconstruction of a head section[J]. IEEE Trans Nucl Sci, 1974: NS-21.

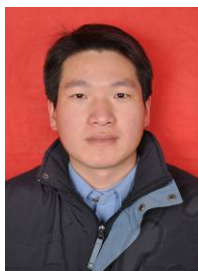
## A Method for the Local Reconstruction of Flat Object Based on FDK Algorithm

WANG Xian-chao, WANG Lin-yuan, LI Lei, YAN Bin<sup>✉</sup>

National Digital Switching System Engineering &  
Technological R & D Center, Zhengzhou 450002, China

**Abstract:** The local reconstruction with truncated projection data is a difficult problem in CT reconstruction field. Conventional reconstruction algorithms will product severe truncated artifacts. The rising BPF algorithm and POCS iterative algorithm can solve the local reconstruction problem, but their reconstruction efficiency and paralleling performance are poor. In this paper, aiming at special structural flat object, it is found that if the thickness and the horizontal length of local area satisfy some conditions, accurate reconstruction can be carried out using efficient FDK algorithm. The results of numerical experiments show that when the horizontal length of local region is bigger than 1/8 horizontal length of object and the thickness is less than 1/13 horizontal length of object, the reconstruction results are comparable with the true values. The reconstruction results of real data also confirmed FDK algorithm could reconstruct the local area of flat object well under the condition.

**Key words:** CT; FDK algorithm; flat object; local reconstruction



**作者简介:** 汪先超 (1980—), 男, 博士生, 主要从事 CT 成像技术与应用方面的研究, Tel: 13703868144, E-mail: wxcl980@yahoo.com.cn;  
闫宾<sup>✉</sup> (1976—), 男, 副教授, 主要从事 X 射线成像及三维图像处理方面的研究, Tel: 0371-81630795, E-mail: ybospace@yahoo.com.cn。