

汤少杰, 牟轩沁, 张天武, 等. 基于感兴趣区域 CT 重建的运动估计[J]. CT 理论与应用研究, 2011, 20(3): 321-329.
Tang SJ, Mou XQ, Zhang TW, et al. Motion estimate based on CT reconstruction in the region of interest[J]. CT Theory and Applications, 2011, 20(3): 321-329.

基于感兴趣区域 CT 重建的运动估计

汤少杰^{1,2✉}, 牟轩沁², 张天武², 王文庆¹

1. 西安邮电学院自动化学院, 西安 710121

2. 西安交通大学图像处理与模式识别研究所, 西安 710049

摘要: 为了对感兴趣区域运动信息进行估计, 首先扩展中心切片定理并推导微分约束条件, 然后用有限 Hilbert 变换算法求出方位角与径向图像导函数, 最后用改进的光流方程求解极坐标系下的运动场。与一般运动估计算法相比, 该算法不使用图像域差分运算计算导函数, 因此具有更高精度, 并且极坐标系下的运动估计更加适合医学诊断需要。数值仿真也验证了该算法的可行性。

关键词: 中心切片定理; Hilbert 变换; 运动估计; 光流

文章编号: 1004-4140 (2011) 03-0321-09 **中图分类号:** TP 301.6 **文献标识码:** A

感兴趣区域 (Region Of Interest, ROI) 重建为目前 CT 重建算法的研究热点^[1-8], 涉及到诸多深刻理论内容, 包括截断数据重建、内部重建以及完全数据重建的充分必要条件与不完全数据重建的充分条件等。ROI 重建的目的是从截断数据重建出 ROI 图像函数信息。ROI 包含于视野 (Field Of View, FOV) 中, 可重建区域可能比 FOV 略小。该研究方向的最近科研成果有助于对内部问题的正确理解^[2]。ROI 重建属于不完全数据重建, 对应的充分条件与完全数据重建的充分必要条件有显著不同。在速降函数空间, H-L (Helgason-Ludwig) 一致性条件可以看作是完全数据重建的充分必要条件^[9]。

同时, CT 重建中的运动校正也得到持续的关注。人体自身运动会导致运动伪影, 降低重建图像临床诊断价值, 因此必须予以有效校正^[10-14]。Crawford 等^[10]为呼吸伪影校正建立了呼吸运动模型, 用放大模型有效地改进了平移模型; 说明极坐标系运动场方程有可能更适合特定医学诊断需要。Yu 等成功地将 H-L 一致性条件与 CT 运动校正相结合^[11]。Yu 等对基于光流方程运动场估计在 CT 运动校正中的应用也进行了深入研究^[12]。Katsevich 对 Local Tomography 中的运动补偿进行仔细的数学分析^[13]。King 等以反投影滤波算法 (BPF) 为基础对 ROI 运动补偿进行研究^[14]。

本文首先得到一个由偏微分等式表达的微分约束条件; 然后以该 CT 重建必要条件为基础, 构造 ROI 图像导函数重建算法; 最后以该重建算法为基础, 设计出一个运动估计算法。该运动估计算法包含几个特点:

- (1) 基于 ROI 重建, 减少放射剂量^[14];

收稿日期: 2011-04-15。

基金项目: 国家自然科学基金 (60551003); 教育部基金 (20060698040); 新世纪优秀人才计划 (NCET050828)。

- (2) 极坐标系下导函数重建, 适应人体特定运动模式特点^[10], 提高图像梯度重建精度^[15];
 (3) 流方程运动估计, 降低运动模型要求^[12]。

1 理论基础

1.1 Radon 变换

给定二维空间中任意点 $\bar{x} = (x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2$ 与 $\bar{y} = (y_1, y_2) \in \mathbb{R}^2$; 又给定任意单位方向向量 $\bar{\theta} = (\theta_1, \theta_2) = (\cos \theta, \sin \theta) \in S^1$, 其中 θ 为矢量 $\bar{\theta}$ 从 x_1 轴开始旋转的角度。如果 $f(\bar{x})$ 为具有紧支撑且充分可微有界图像函数, 则其 Radon 变换定义为^[9]

$$\mathbf{R} f(\theta, s) = \int_{\mathbb{R}^2} f(\bar{x}) \delta(s - \bar{x} \cdot \bar{\theta}) d\bar{x} \quad (1)$$

其中 s 为投影位置, δ 为迪拉克广义函数。

1.2 中心切片定理

根据 Radon 变换与 Fourier 变换定义, 中心切片定理表述如下^[9]

$$(\mathbf{R}f)^\wedge(\theta, \rho) = f^\vee(\rho\bar{\theta}) \quad (2)$$

其中符号 $^\wedge$ 与 $^\vee$ 分别表示一维与二维 Fourier 变换。容易验证有如下扩展中心切片定理:

$$\left(\mathbf{R}(w(\bar{\theta})f)\right)^\wedge(\theta, \rho) = \left(w(\bar{\theta})f\right)^\vee(\rho\bar{\theta}) \quad (3)$$

其中 $w(\bar{\theta})$ 为任意有界函数; 对函数 $w(\bar{\theta})$ 无支撑紧性要求。

1.3 微分约束条件

根据 Radon 变换定义有如下关系^[9]

$$\frac{\partial}{\partial \theta_k} \mathbf{R} f(\theta, s) = -\frac{\partial}{\partial s} (\mathbf{R}(x_k f))(\theta, s) \quad (4)$$

其中 $k=1, 2$ 。进一步推导, 有如下结果

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \theta} \mathbf{R} f(\theta, s) &= \frac{\partial}{\partial \theta_1} \mathbf{R} f(\theta, s) \frac{\partial \theta_1}{\partial \theta} + \frac{\partial}{\partial \theta_2} \mathbf{R} f(\theta, s) \frac{\partial \theta_2}{\partial \theta} = \\ &= \frac{\partial}{\partial s} \left(\left(\mathbf{R}(\bar{x} \cdot \bar{\theta}^\perp) f \right) (\theta, s) \right) \end{aligned} \quad (5)$$

其中 $\bar{\theta}^\perp = (\sin \theta, -\cos \theta)$ 。本文将式 (5) 称为微分约束条件, 为 CT 重建的一个必要条件。

2 ROI CT 重建

2.1 方位角导函数重建

根据微分约束条件，有如下推导过程：

$$\int_0^\pi \frac{\partial^2}{\partial s \partial \theta} \mathbf{R} f(\theta, s)_{s=\bar{x} \cdot \bar{\theta}} d\theta = \int_0^\pi \frac{\partial^2}{\partial s^2} \left(\left(\mathbf{R} \left((\bar{y} \cdot \bar{\theta}^\perp) f(\bar{y}) \right) \right) (\theta, \bar{x} \cdot \bar{\theta}) \right) d\theta =$$

$$\int_0^\pi 2\pi \int_{-\infty}^{+\infty} (i\rho)^2 \left(\left(\mathbf{R} \left((\bar{y} \cdot \bar{\theta}^\perp) f(\bar{y}) \right) \right)^\wedge (\theta, \rho) \right) e^{i2\pi\rho\bar{x} \cdot \bar{\theta}} d\rho d\theta \quad (6)$$

利用扩展中心切片定理（式（3）），可进一步得到

$$\int_0^\pi \frac{\partial^2}{\partial s \partial \theta} \mathbf{R} f(\theta, s)_{s=\bar{x} \cdot \bar{\theta}} d\theta = -2\pi \int_0^\pi \int_{-\infty}^{+\infty} |\rho| \left(\left((\bar{y} \cdot \bar{\theta}^\perp) f(\bar{y}) \right)^\vee (\rho\bar{\theta}) \right) e^{i2\pi\rho\bar{x} \cdot \bar{\theta}} |\rho| d\rho d\theta =$$

$$-2\pi \int_0^\pi \int_{-\infty}^{+\infty} \text{sgn}(\rho) \rho \left((y_1 f(\bar{y}) \sin \theta - (y_2 f(\bar{y}) \cos \theta)^\vee (\rho\bar{\theta})) e^{i2\pi\rho\bar{x} \cdot \bar{\theta}} |\rho| d\rho d\theta =$$

$$-2\pi \int_0^\pi \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\text{sgn}(\rho \sin \theta)}{i} \left((iy_1 f)^\vee (\rho\bar{\theta}) (\rho \sin \theta) - (iy_2 f)^\vee (\rho\bar{\theta}) (\rho \cos \theta) \right) e^{i2\pi\rho\bar{x} \cdot \bar{\theta}} |\rho| d\rho d\theta = \quad (7)$$

$$-2\pi \int_{\mathbb{R}^2} \frac{\text{sgn}(v_2)}{i} \left(-\frac{\partial F(\bar{v})}{\partial v_1} v_2 + \frac{\partial F(\bar{v})}{\partial v_2} v_1 \right) e^{i2\pi\bar{v} \cdot \bar{x}} d\bar{v} =$$

$$-2\pi \mathbf{H} \left(y_1 \frac{\partial f(\bar{y})}{\partial y_2} - y_2 \frac{\partial f(\bar{y})}{\partial y_1} \right) \Bigg|_{\bar{y}=\bar{x}} = -2\pi \mathbf{H} \left(-x_2 \frac{\partial f(\bar{x})}{\partial x_1} + x_1 \frac{\partial f(\bar{x})}{\partial x_2} \right)$$

其中 $F(\bar{v}) = F(v_1, v_2)$ 为 $f(\bar{y})$ 的二维 Fourier 变换； \mathbf{H} 为沿着图像域垂直方向的一维 Hilbert 变换^[1]； sgn 为符号函数。如果图像垂直方向的有限支撑完全包含于 FOV 中，则可采用有限 Hilbert 变换进行数值求解^[16]，

$$I_1(\bar{x}, t) \doteq -x_2 \frac{\partial f(\bar{x}, t)}{\partial x_1} + x_1 \frac{\partial f(\bar{x}, t)}{\partial x_2} = \frac{1}{2\pi} \mathbf{H} \left(\int_0^\pi \frac{\partial^2}{\partial s \partial \theta} (\mathbf{R} f(\theta, s, t))_{s=\bar{x} \cdot \bar{\theta}} d\theta \right) \quad (8)$$

其中 $I_1(\bar{x}, t)$ 是图像函数 $f(\bar{x}, t)$ 的方位角导函数。时间变量 t 是为了在下文中构建运动估计算法而添加的。

2.2 径向导函数重建

与此同时，有如下推导过程：

$$\begin{aligned}
\int_0^\pi s \frac{\partial^2}{\partial s^2} \mathbf{R} f(\theta, s)_{s=\bar{x}\cdot\bar{\theta}} d\theta &= \int_0^\pi \frac{\partial^2}{\partial s^2} (s \mathbf{R} f(\theta, s))_{s=\bar{x}\cdot\bar{\theta}} d\theta + \int_0^\pi -2 \frac{\partial}{\partial s} \mathbf{R} f(\theta, s)_{s=\bar{x}\cdot\bar{\theta}} d\theta = \\
\int_0^\pi \frac{\partial^2}{\partial s^2} \left((\mathbf{R}((\bar{y}\cdot\bar{\theta})f(\bar{y})))(\theta, \bar{x}\cdot\bar{\theta}) \right) d\theta &+ \int_0^\pi -2 \frac{\partial}{\partial s} \left((\mathbf{R}(f(\bar{y})))(\theta, \bar{x}\cdot\bar{\theta}) \right) d\theta = \\
\int_0^\pi 2\pi \int_{-\infty}^{+\infty} (i\rho)^2 \left((\mathbf{R}((\bar{y}\cdot\bar{\theta})f(\bar{y})) \right)^\wedge (\theta, \rho) & e^{i2\pi\rho\bar{x}\cdot\bar{\theta}} d\rho + \\
\int_0^\pi 2\pi \int_{-\infty}^{+\infty} -2i\rho \left((\mathbf{R}(f(\bar{y})) \right)^\wedge (\theta, \rho) & e^{i2\pi\rho\bar{x}\cdot\bar{\theta}} d\rho d\theta
\end{aligned} \tag{9}$$

利用扩展中心切片定理 (式 (3)), 可进一步得到

$$\begin{aligned}
\int_0^\pi s \frac{\partial^2}{\partial s^2} \mathbf{R} f(\theta, s)_{s=\bar{x}\cdot\bar{\theta}} d\theta &= \\
-2\pi \int_0^\pi \int_{-\infty}^{+\infty} |\rho| \left(((\bar{y}\cdot\bar{\theta})f(\bar{y}))^\vee (\rho\bar{\theta}) \right) & e^{i2\pi\rho\bar{x}\cdot\bar{\theta}} |\rho| d\rho d\theta - \\
2\pi \int_0^\pi \int_{-\infty}^{+\infty} -2 \frac{\text{sgn}(\rho)}{i} \left((f(\bar{y}))^\vee (\rho\bar{\theta}) \right) & e^{i2\pi\rho\bar{x}\cdot\bar{\theta}} |\rho| d\rho d\theta = \\
-2\pi \int_0^\pi \int_{-\infty}^{+\infty} \text{sgn}(\rho) \rho \left((y_2 f(\bar{y}) \sin \theta + y_1 f(\bar{y}) \cos \theta)^\vee (\rho\bar{\theta}) \right) & e^{i2\pi\rho\bar{x}\cdot\bar{\theta}} |\rho| d\rho d\theta \\
-2\pi \int_0^\pi \int_{-\infty}^{+\infty} -2 \frac{\text{sgn}(\rho)}{i} \left((f(\bar{y}))^\vee (\rho\bar{\theta}) \right) & e^{i2\pi\rho\bar{x}\cdot\bar{\theta}} |\rho| d\rho d\theta = \\
-2\pi \int_0^\pi \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\text{sgn}(\rho \sin \theta)}{i} \left((y_2 f(\bar{y}))^\vee (\rho\bar{\theta})(i\rho \sin \theta) + \right. & \left. (y_1 f(\bar{y}))^\vee (\rho\bar{\theta})(i\rho \cos \theta) \right) e^{i2\pi\rho\bar{x}\cdot\bar{\theta}} |\rho| d\rho d\theta - \\
2\pi \int_0^\pi \int_{-\infty}^{+\infty} -2 \frac{\text{sgn}(\rho \sin \theta)}{i} \left((f(\bar{y}))^\vee (\rho\bar{\theta}) \right) & e^{i2\pi\rho\bar{x}\cdot\bar{\theta}} |\rho| d\rho d\theta = \\
-2\pi \int_{\mathbb{R}^2} \frac{\text{sgn}(v_2)}{i} \left(i \frac{\partial F(\bar{v})}{\partial v_2} i v_2 + i \frac{\partial F(\bar{v})}{\partial v_1} i v_1 \right) & e^{i2\pi\bar{v}\cdot\bar{x}} d\bar{v} - 2\pi \int_{\mathbb{R}^2} \frac{\text{sgn}(v_2)}{i} F(\bar{v}) e^{i2\pi\bar{v}\cdot\bar{x}} d\bar{v} = \\
-2\pi \mathbf{H} \left(\frac{\partial(y_1 f(\bar{y}))}{\partial y_1} + \frac{\partial(y_2 f(\bar{y}))}{\partial y_2} \right) \Bigg|_{\bar{y}=\bar{x}} & - 2\pi \mathbf{H}(-2f(\bar{y})) \Big|_{\bar{y}=\bar{x}} = \\
-2\pi \mathbf{H} \left(y_1 \frac{\partial f(\bar{y})}{\partial y_1} + y_2 \frac{\partial f(\bar{y})}{\partial y_2} + 2f(\bar{y}) - 2f(\bar{y}) \right) \Bigg|_{\bar{y}=\bar{x}} & = \\
-2\pi \mathbf{H} \left(y_1 \frac{\partial f(\bar{y})}{\partial y_1} + y_2 \frac{\partial f(\bar{y})}{\partial y_2} \right) \Bigg|_{\bar{y}=\bar{x}} & = -2\pi \mathbf{H} \left(x_1 \frac{\partial f(\bar{x})}{\partial x_1} + x_2 \frac{\partial f(\bar{x})}{\partial x_2} \right)
\end{aligned} \tag{10}$$

则有

$$I_2(\bar{x}, t) \doteq x_1 \frac{\partial f(\bar{x}, t)}{\partial x_1} + x_2 \frac{\partial f(\bar{x}, t)}{\partial x_2} = \frac{1}{2\pi} \text{H} \left(\int_0^\pi \frac{\partial^2}{\partial s^2} (sRf(\theta, s, t))_{s=\bar{x}\cdot\theta} d\theta \right) \quad (11)$$

其中 $I_2(\bar{x}, t)$ 是图像函数 $f(\bar{x}, t)$ 的径向导函数。时间变量 t 也是为了在下文中构建运动估计算法而添加的。特别强调的是，当没有时间变量 t 时式 (8) 与 (11) 为精确成立；而添加时间变量 t 后式 (8) 与 (11) 为近似成立。考虑到现代医学诊断 CT 设备亚秒级别的旋转速度，相对人体某些部位的慢速运动这种近似的精度基本可以保证^[12]。

3 运动估计

在计算机视觉研究中，常采用如下光流方程估计图像运动场^[17]，

$$\frac{\partial f(\bar{x}, t)}{\partial x_1} v_1(\bar{x}, t) + \frac{\partial f(\bar{x}, t)}{\partial x_2} v_2(\bar{x}, t) = -\frac{\partial f(\bar{x}, t)}{\partial t} \quad (12)$$

其中 $v_1(\bar{x}, t)$ 与 $v_2(\bar{x}, t)$ 分别为直角坐标系下水平与垂直方向速度分量。但是在特殊情况下，极坐标系运动场方程有可能更适合医学诊断需要^[10]，

$$I_1(\bar{x}, t) v_\theta(\bar{x}, t) + I_2(\bar{x}, t) v_s(\bar{x}, t) = -\frac{\partial f(\bar{x}, t)}{\partial t} \|\bar{x}\| \quad (13)$$

其中 $\|\cdot\|$ 为欧几里德范数， $v_\theta(\bar{x}, t)$ 与 $v_s(\bar{x}, t)$ 分别为极坐标系下方位角与径向速度分量。式 (12) 与 (13) 之间有如下关系，

$$\begin{pmatrix} v_1(\bar{x}, t) \\ v_2(\bar{x}, t) \end{pmatrix} = \frac{1}{\|\bar{x}\|} \begin{pmatrix} -x_2 & x_1 \\ x_1 & x_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_\theta(\bar{x}, t) \\ v_s(\bar{x}, t) \end{pmatrix} \quad (14)$$

先由 $I_1(\bar{x}, t)$ 与 $I_2(\bar{x}, t)$ 通过式 (13) 反解出 $v_\theta(\bar{x}, t)$ 与 $v_s(\bar{x}, t)$ ，然后再通过式 (14) 求出 $v_1(\bar{x}, t)$ 与 $v_2(\bar{x}, t)$ ，将比直接由 $\frac{\partial f(\bar{x}, t)}{\partial x_1}$ 与 $\frac{\partial f(\bar{x}, t)}{\partial x_2}$ 通过式 (12) 反解出 $v_1(\bar{x}, t)$ 与 $v_2(\bar{x}, t)$ ，更为精确稳定。

4 数值结果

4.1 运动数学模体定义与投影仿真

表 1 中列出用于设计运动前数学模体的参数，共包含 9 个椭圆子区域。 μ 为线性衰减系数增量， a 与 b 为椭圆半轴长度， $\bar{x}^0 = (x_1^0, x_2^0)$ 为椭圆中心坐标。模体大小为 513×513 ，平行束投影大小为 729×360 。运动前数学模体参见图 1 (a)，对应的平行束投影参见图 1 (b)。运动前、后数学模体基本相似，只是将椭圆子区域 3 沿着水平方向做微小移动。如此设计数学模体便于获取截断投影数据，截断时将最外部 70% 的投影数据强制为零。

表 1 数学模体参数定义
Table.1 The parameter definition of mathematical phantom

No.	μ	α	b	x_1^0	x_2^0
1	0.20	0.25	0.50	0.00	0.00
2	0.80	0.05	0.05	-0.15	0.00
3	0.10	0.06	0.10	0.15	0.00
4	-0.20	0.15	0.20	0.00	0.25
5	-0.20	0.15	0.20	0.00	-0.25
6	0.20	0.12	0.12	0.00	0.70
7	0.80	0.06	0.06	0.00	0.70
8	0.20	0.12	0.12	0.00	-0.70
9	0.80	0.06	0.06	0.00	-0.70

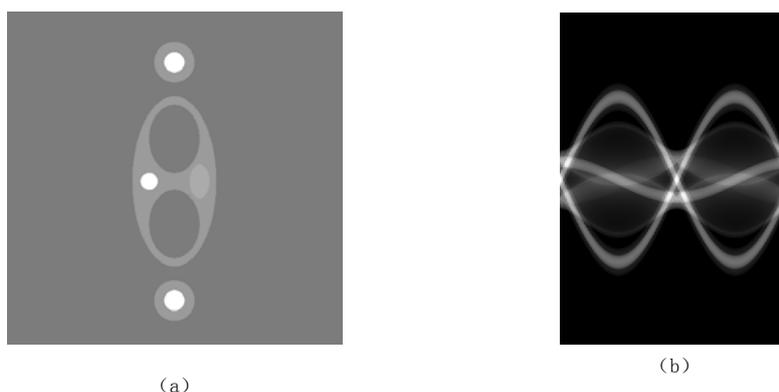


图 1 (a) 数学模体图像及其 (b) 平行束投影图像

Fig.1 (a) Mathematical phantom image and (b) its parallel-beam projection image

4.2 极坐标系下运动估计

针对图 1(b)中的平行束投影图像,按照式(8)与(11)确定出导函数 $I_1(\bar{x}, t)$ 与 $I_2(\bar{x}, t)$, 重建结果参见图 2 (a) 与 2 图 2 (b)。重建和运动估计算法实现过程中,需进行必要的差分近似。图 2 (c) 与图 2 (d) 分别为运动前、后数学模体的重建图像。图 2 (e) 为图 2 (c) 与图 2 (d) 的差异图像,从中可以注意到椭圆子区域 3 沿着水平方向的微小移动。导函数 $I_1(\bar{x}, t)$ 与 $I_2(\bar{x}, t)$ 重建后,按照式(13)确定出 $v_\theta(\bar{x}, t)$ 与 $v_s(\bar{x}, t)$, 然后通过式(14)求出 $v_1(\bar{x}, t)$ 与 $v_2(\bar{x}, t)$, 运动估计结果参见图 2 (f)。图 2 (f) 的背景为局部重建图像,具体位置在图 2 (d) 中用黄色方框标出。通过比较可见图 2 (e) 中数学模体运动区域与图 2 (f) 中运动矢量幅度较大区域有非常好的吻合,从而直接验证了 ROI 运动估计的可行性。

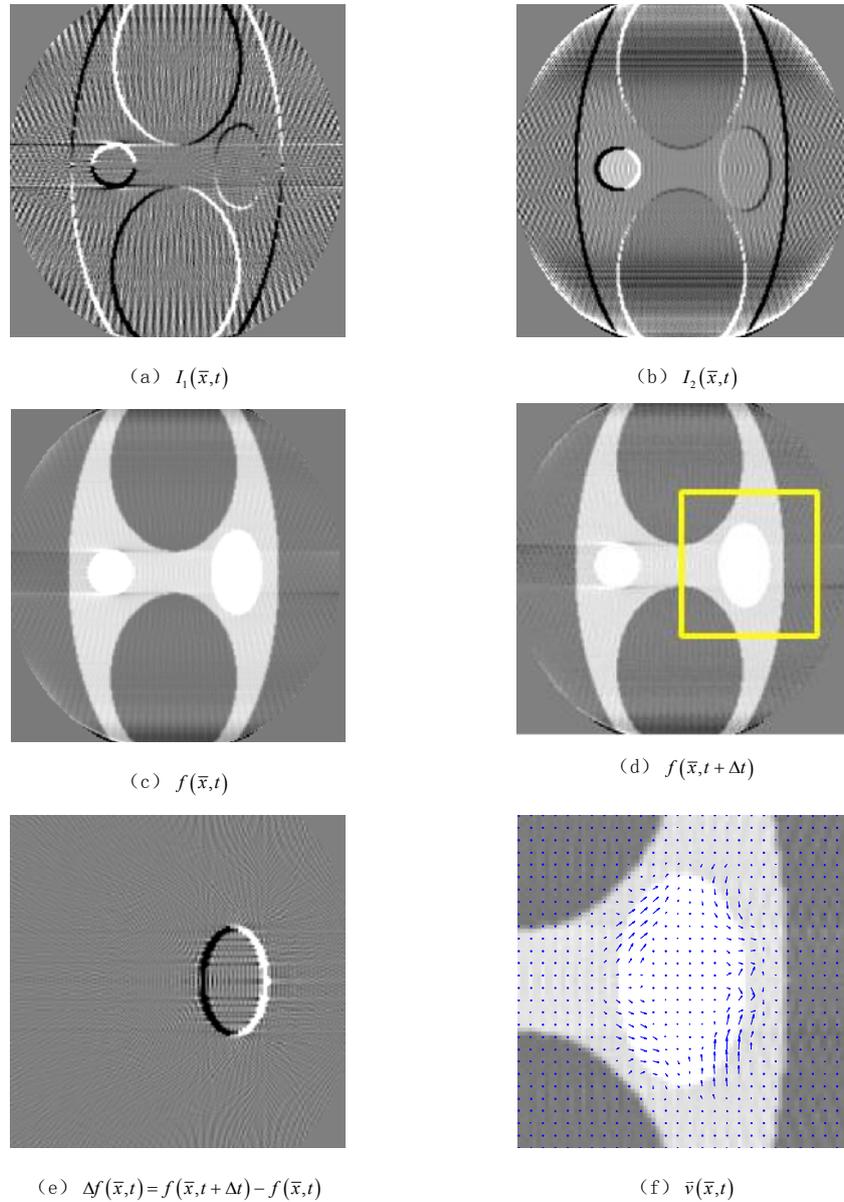


图2 数值仿真结果

Fig.2 Numerical simulation results

5 结论

本文采用扩展中心切片定理与微分约束条件，构造出极坐标系下图像导函数的重建算法，该重建算法适用于感兴趣区域重建。进一步以该重建算法与光流方程为基础，得到感兴趣区域运动估计算法。数值仿真试验也验证了感兴趣区域运动估计的可行性。特别值得注意的是，与一般运动估计方法相比，本文算法不采用差分运算逼近图像空间梯度函数，从而可取得更高精度与稳定性。

参考文献

- [1] Frederic N, Rolf C, Pack DJ. A two-step Hilbert transform method for 2D image reconstruction[J]. *Physics in Medicine and Biology*, 2004, 49(17): 3903-3923.
- [2] Michel D, Frederic N, Rolf C, et al. Truncated Hilbert transform and image reconstruction from limited tomographic data[J]. *Inverse Problems*, 2006, 22(3): 1037-1053.
- [3] Zou Y, Pan XC, Sidky YE. Image reconstruction in regions-of-interest from truncated projections in a reduced fan-beam scan[J]. *Physics in Medicine and Biology*, 2005, 50(1): 13-27.
- [4] Rolf C, Frederic N, Guo JY, et al. Quantitative reconstruction from truncated projections in classical tomography[J]. *IEEE Transactions on Nuclear Science*, 2004, 51(5 II): 2570-2578.
- [5] Zhuang TL, Leng S, Nett EB, et al. Fan-beam and cone-beam image reconstruction via filtering the backprojection image of differentiated projection data[J]. *Physics in Medicine and Biology*, 2004, 49(24): 5489-5503.
- [6] Rolf C, Frederic N. A large class of inversion formulae for the 2D Radon transform of functions of compact support[J]. *Inverse Problems*, 2004, 20(4): 1281-1291.
- [7] 张慧滔, 陈明, 张朋. 一种新的针对感兴趣区域的CT扫描模式及其重建公式[J]. *自然科学进展*, 2007, 17(11): 1589-1594.
Zhang HT, Chen M, Zhang P. A new CT scanning mode and reconstruction algorithm for ROI imaging[J]. *Progress in Natural Science*, 2007, 17(11): 1589-1594.
- [8] 李亮, 陈志强, 康克军, 等. 感兴趣区域CT图像重建方法及模拟实验[J]. *CT理论与应用研究*, 2009, 18(1): 1-7.
Li L, Chen ZQ, Kang KJ, et al. Region-of-interest image reconstruction algorithms and numerical experiments[J]. *CT Theory and Applications*, 2009, 18(1): 1-7.
- [9] Natterer F. The radon transform and related transforms[M]. *The Mathematics of Computerized Tomography*, New York: Wiley-Teubner, 1986.
- [10] Crawford CR, King KF, Ritchie CJ, et al. Respiratory compensation in projection imaging using a magnification and displacement model[J]. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 1996, 15(3): 327-332.
- [11] Yu HY, Wang G. Data consistency based rigid motion artifact reduction in fan-beam CT[J]. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 2007, 26(2): 249-260.
- [12] Yu HY, Wang G. A general scheme for velocity tomography[J]. *Signal Processing*, 2008, 88(5): 1165-1175.
- [13] Katsevich A. Motion compensated local tomography[J]. *Inverse Problems*, 2008, 24(4): 045012 (21pp).
- [14] King M, Pan X, Yu L, et al. Region-of-interest reconstruction of motion-contaminated data using a weighted backprojection filtration algorithm[J]. *Medical Physics*, 2006, 33(5): 1222-1238.
- [15] Louis AK. Combining image reconstruction and image analysis with an application to 2D-tomography[J]. *SIAM Journal of Imaging Sciences*, 2008, (1): 188-208.
- [16] Mikhlin SG. Integral equations and their applications to certain problems in mechanics[M]. *Mathematical Physics and Technology*, New York: Pergamon, 1957.
- [17] Horn KB, Schunck GB. Determining optical flow[J]. *Artificial Intelligence*, 1981, 17(1): 185-203.

Motion Estimate Based on CT Reconstruction in the Region of Interest

TANG Shao-jie^{1,2}✉, MOU Xuan-qin²,
ZHANG Tian-wu², WANG Wen-qing¹

1.School of Automation, Xi'an University of Posts and
Telecommunications, Xi'an 710121, China

2.Institute of Image Processing and Pattern Recognition,
Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China

Abstract: To estimate the motion information in the region of interest (ROI), firstly central slice theorem is generalized and differential constraint condition is derived. Secondly, the finite Hilbert transform algorithm is adopted to evaluate the partial derivatives of image function along the azimuthal and radial directions, respectively. Finally, the motion vector field in the polar coordinate system is determined by an improved equation of optical flow. Compared with general motion estimate methods, the proposed method is not required to calculate the derivatives using the difference operation in image domain, therefore may show a much higher accuracy, and the motion vector field in the polar coordinate system is much suitable for medical diagnostic requirement. The feasibility of the proposed algorithm has been also validated by using numerical simulation.

Keywords: central slice theorem; Hilbert transform; motion estimate; optical flow

作者简介: 汤少杰✉ (1975—), 男, 1997年7月西安交通大学无线电技术专业本科, 2010年4月西安交通大学电子与信息工程学院信息与通信工程专业博士, 自2010年7月起为西安邮电大学自动化学院讲师, 美国 Emory 大学医学院放射学系博士后, 研究方向为医学 X 射线 CT 成像, E-mail: shaojie.tang@hotmail.com。