

## CT 图像中裂纹缺陷的理论分析

敖 波, 张定华, 赵歆波, 徐夏刚

(西北工业大学现代设计与集成制造技术教育部重点实验室, 西安, 710072)

**摘 要:** 由于易受到其它因素的影响, 用 CT 图像直接分析材料服役过程中损伤状态的变化往往比较困难。本文从混合体的质量衰减系数的计算角度出发, 分析了质量衰减系数的计算原理, 得到了它的另一个等价表示; 并推导出材料服役环境下, 只包含单杂质的情况时, 微裂纹群的出现所带来的裂纹缺陷体积百分数、密度变化与 CT 图像值之间的关系式, 最后得到了裂纹缺陷体积百分数与损伤变量的关系式, 为后期利用 CT 进行材料疲劳寿命分析奠定了理论基础。

**关键词:** 质量衰减系数; 裂纹缺陷; 密度损伤增量; 疲劳寿命

中图分类号: TN 911.73 TP391.41 文献标识码 A

## Theory Analysis of Crack Defect in CT Image

AO Bo, ZHANG Ding-hua, ZHAO Xin-bo, XU Xia-gang

(The key Laboratory of Contemporary Design and integrated Manufacturing Technology, Ministry of Education, China, Xi'an 710072, China)

**Abstract:** Due to the influence of other factors, it is difficult to analyze damage measurements of materials directly using CT image. In this paper, firstly, beginning from computing angle of mass attenuation coefficient of mixture. By analyzing the calculation principle of mass attenuation coefficient. Getting the other one equivalent expressing; The formula among density variations induced by microcracks. CT image value and volume percent of crack defects is obtained under service environment; finally obtained the formula between volume percent of crack defects and damage variable. This lay a theoretical foundation for material fatigue life prediction by using CT.

**Key words:** mass attenuation coefficient; crack defect; density damage increment; fatigue life

## 1 引 言

运用 CT 技术研究材料服役过程中损伤破坏的机理, 是目前材料科学和力学等领域研究的一个热点课题。工业 CT 是 20 世纪 80 年代发展起来的先进无损检测技术, 由于 CT 的检测特点是不受试件材料种类、形状结构等因素影响, 成像直观、分辨率高, 尤其在检查复杂的构件方面显示了特有的优势。工程结构材料在服役过程中往往呈现出各种尺度和维数的缺陷, 微结构形态、缺陷分布和形貌、界面特性、孔隙率等都极大的影响着材料宏观整体韧性、强度、硬度等力学性能, 因此对内部结构的观测成为深入认识工程构件材料性能的首要任务, CT 是材料内部微观结构状

\*收稿日期: 2005-09-10。

本文得到国家自然科学基金 (项目编号 50375126) 和航空科学基金 (项目编号 04I53069) 资助

况的最佳无损检测手段。

根据 CT 数与被测物质密度的定量关系, Takashi<sup>[1]</sup>给出了水、气稳定两相流平均孔隙率与 CT 数关系公式。丁卫华<sup>[2-3]</sup>、葛修润<sup>[4]</sup>、杨更社<sup>[5]</sup>等在研究岩石损伤的过程中, 把含裂纹岩石的衰减系数看成岩石的衰减系数和缺陷部分的衰减系数的线性和, 得到了密度变化与 CT 数的关系式。景晓宁等<sup>[6-7]</sup>利用 CT 对烧结陶瓷内部孔隙大小、分布和形貌特征进行了探讨, 量化了孔隙率。上述工作没有揭示孔隙率与平均 CT 数或平均 CT 图像值的联系, 以及孔隙率对材料寿命的影响。

CT 图像实际上是一幅无量纲的 X 射线密度图。由于服役过程中材料内部一定区域微孔洞、微裂纹的活动必然引起该区域密度的变化, 反之, 材料内部一定区域密度的异常变化反映本区域微孔洞、微裂纹的活动效应。但是必须知道, 裂纹演化的初始阶段, 少量裂纹数活动带来的密度变化量很小, 此时还无法定量描述, 随着裂纹群的出现, 必将导致局部区域的密度变化量大到可以通过 CT 设备检测出来。根据 CT 物理原理, CT 图像值与材料对应区域的密度成正比, CT 图像的灰度高低反映出对应部位的材料密度大小。

由于成像过程中噪声的影响以及 CT 设备分辨率的提高, 用裂纹缺陷体积百分数作为变量来建立与材料损伤变量的关系式要精确的多, 因此, 本文尝试建立了裂纹缺陷体积百分数与损伤变量的关系式。

## 2 理论依据及其应用

### 2.1 基本原理

当一定能量的射线穿越物体时, 由于产生光电效应、康普顿效应等复杂的物理过程, 射线将被物质吸收, 使得射线强度发生衰减。

根据 Beer 定律: X 射线穿透物质后的强度衰减与射线在物质中经过的距离成正比。假设入射强度为  $I_0$  的单色射线穿过厚度为  $l$ , 线性衰减系数为  $m$  的物体时, 探测器检测到的射线强度  $I$  为

$$I = I_0 * \exp(-ml) \quad (1)$$

对一般的物体, 设  $m(x, y)$  为被测物体某断面的线性衰减系数的分布函数, 则入射强度  $I_0$  和出射强度  $I$  满足:

$$I = I_0 * \exp\left(-\int_L m(x, y) dl\right) \quad (2)$$

现在已经知道, 射线强度的衰减至少应被视为物质对入射线的散射和吸收的结果, 线性衰减系数  $m$  应该是这两部分作用之和。但由于因散射而引起的衰减远小于因吸收而引起的衰减, 故通常直接称  $m$  为线性衰减系数, 而忽略散射的部分。

当入射 X 射线能量一定, 吸收物质一定时, 线性衰减系数与物质的密度线性相关, 为消除密度的相关性引入了质量衰减系数。关系为:  $m_m = m / r$ 。质量衰减系数的特点是不受物质密度

和物理状态的影响。

为此上式常常写成如下形式:

$$I = I_0 \exp\left\{-\int_L (\mathbf{m}/\mathbf{r}) \mathbf{r} d\mathbf{l}\right\} \quad (3)$$

式中  $\mathbf{r}$  为吸收体的密度,  $(\mathbf{m}/\mathbf{r})$  为质量衰减系数。 $\mathbf{m}/\mathbf{r}$  是物质固有的特性, 对于一定波长的入射 X 射线, 每种物质都具有一定的值。且有  $\mu/\rho = K\bar{\alpha}^3 Z^3$ ,  $K$  为常数,  $\bar{\alpha}$  为波长,  $Z$  为吸收元素原子序数。下面先引入一个引理

【引理】 假定一混合体的各组成物质的质量衰减系数分别为  $(\mathbf{m}_1/\mathbf{r}_1)$ 、 $(\mathbf{m}_2/\mathbf{r}_2)$ 、 $(\mathbf{m}_3/\mathbf{r}_3)$ 、... 其质量百分数分别为  $m_1$ 、 $m_2$ 、 $m_3$ 、... 则混合物质的平均质量衰减系数(假设混合体的平均衰减系数为  $\mathbf{m}$ , 平均密度为  $\mathbf{r}$ )可按下式计算:

$$\frac{\mathbf{m}}{\mathbf{r}} = \frac{\mathbf{m}}{\mathbf{r}} = m_1\left(\frac{\mathbf{m}_1}{\mathbf{r}_1}\right) + m_2\left(\frac{\mathbf{m}_2}{\mathbf{r}_2}\right) + m_3\left(\frac{\mathbf{m}_3}{\mathbf{r}_3}\right) + \Lambda \quad (4)$$

由上面的引理我们可以得到一个定理:

【定理】 假设混合体由  $n$  种物质组成, 各组成物质的体积百分数为  $v_1, v_2, v_3, \Lambda, v_n$ , 各组成物质的质量衰减系数的假设同引理, 则有:

$$\frac{\mathbf{m}}{\mathbf{r}} = \frac{\sum_{i=1}^n v_i}{\sum_{i=1}^n \mathbf{r}_i v_i} \mathbf{m}_i \quad (5)$$

$$\text{或 } \mathbf{m} = \sum_{i=1}^n v_i \mathbf{m}_i \quad (6)$$

证明:

假设混合体的总体积为  $V$ , 则可得各组成物质的质量百分数为

$$m_i = \frac{\mathbf{r}_i v_i V}{\sum_{i=1}^n \mathbf{r}_i v_i V} = \frac{\mathbf{r}_i v_i}{\sum_{i=1}^n \mathbf{r}_i v_i} \quad i = 1, 2, \Lambda$$

则由引理可得

$$\frac{\mathbf{m}}{\mathbf{r}} = \sum_{i=1}^n (m_i \mathbf{m}_i / \mathbf{r}_i) = \sum_{i=1}^n \left( \frac{v_i \mathbf{r}_i}{\sum_{i=1}^n \mathbf{r}_i v_i} \times \frac{\mathbf{m}_i}{\mathbf{r}_i} \right)$$

$$= \sum_{i=1}^n \frac{v_i}{\sum_{i=1}^n r_i v_i} m_i$$

$$\text{又} \quad rV = \sum_{i=1}^n r_i v_i V \quad r = \sum_{i=1}^n r_i v_i$$

$$\text{因此又有} \quad m = \sum_{i=1}^n v_i m_i \quad \text{证毕。}$$

## 2.2 材料密度变化、裂纹缺陷体积百分数和 CT 图像值之间的内在关系

设服役过程中的试件, 通常由基体材料、杂质和裂纹缺陷组成。局部区域内出现裂纹缺陷后, 假设裂纹缺陷部分由空气填充。基体材料的密度为  $r_1$ , 线性衰减系数为  $m_1$ , 则质量衰减系数为  $m_1 / r_1$ ; 杂质的密度为  $r_2$ , 线性衰减系数为  $m_2$ , 则质量衰减系数为  $m_2 / r_2$ ; 裂纹引起的缺陷部分即空腔 (空气填充) 的密度为  $r_3$ , 线性衰减系数近似为 0, 因此空气的质量衰减系数为 0。

假设局部区域体积  $V$  内全部空腔占整体体积百分数为  $a$ , 杂质占体积百分数为  $b$ , 则基体材料占体积百分数为  $1 - a - b$ 。忽略其它因素的影响, 在试件服役前期, 甚至后期, 大面积的空腔很少出现, 因此可忽略空腔的质量百分数。则杂质占质量百分比为

$$m_2 = \frac{r_2 b}{r_3 a + r_2 b + (1 - a - b) r_1} \quad (7)$$

则基体材料、杂质和空腔的混合体的质量衰减系数为 (混合体的平均线性衰减系数为  $m$ , 平均密度为  $r$ )

$$m_m = m / r = m_2 (m_2 / r_2) + (1 - m_2) (m_1 / r_1) \quad (8)$$

把式(7)代入式(8)得

$$m / r = \frac{b m_2 + (1 - a - b) m_1}{r_3 a + r_2 b + (1 - a - b) r_1} \quad (9)$$

通常情况下, 由于空气的密度远小于基体材料的密度, 因此式(9)可写为

$$m/r = \frac{bm_2 + (1-a-b)m_1}{r_3a + r_2b + (1-a-b)r_1} \approx \frac{bm_2 + (1-a-b)m_1}{r_2b + (1-a-b)r_1} \quad (10)$$

$$mr_2b + m(1-a-b)r_1 \approx rbm_2 + r(1-a-b)m_1 \quad (11)$$

$$\frac{b}{1-a-b} = \frac{m_1r - mr_1}{mr_2 - m_2r} \quad (12)$$

根据重建图像的映射关系定义有

$$\frac{b}{1-a-b} = \frac{m_1r - mr_1}{mr_2 - m_2r} = \frac{H_1r - Hr_1}{Hr_2 - H_2r} \quad (13)$$

其中：空气的 CT 图像值=0；基体材料的 CT 图像值为  $H_1$ ，杂质的 CT 图像值为  $H_2$ ，混合体的 CT 图像值为  $H$ 。

针对含裂纹缺陷的局部区域的质量关系，且空气的密度远小于基体材料的密度，可忽略不计，有

$$rV \approx r_2bV + r_1(1-a-b)V \quad (14)$$

把式(13)代入式(14)得

$$\frac{r}{1-a-b} \approx r_2 \frac{H_1r - Hr_1}{Hr_2 - H_2r} + r_1 \quad (15)$$

整理得

$$1-a-b = \frac{r_2H - rH_2}{r_2H_1 - r_1H_2} \quad (16)$$

把式(16)代入式(13)得

$$b = \frac{H_1r - Hr_1}{Hr_2 - H_2r} \times \frac{r_2H - rH_2}{r_2H_1 - r_1H_2} = \frac{H_1r - Hr_1}{r_2H_1 - r_1H_2} \quad (17)$$

把式(16)和式(17)相加得

$$1-a = \frac{r(H_1 - H_2) + H(r_2 - r_1)}{r_2H_1 - r_1H_2} \quad (18)$$

上式给出了裂纹缺陷体积百分数、混合体的平均密度和平均 CT 图像值之间的一个关系式。此关系式可用来定量描述材料损伤演化过程。需要说明的是式(18)中  $H_1, H_2, r_1, r_2$  对特定的物质是不变的，因此不受 CT 图像演化的影响。

### 2.3 裂纹缺陷体积百分数与相对密度变化的关系

由于式(18)还不能精确描述损伤过程中密度的变化，根据我国的国情，在工业 CT 的实际应用中，更多的是考察同一样品的不同时刻的 CT 图像的变化量，因此有必要引入一个相对变化量。

由式(18)可得

$$\mathbf{r} = \frac{(1-\mathbf{a})(\mathbf{r}_2 H_1 - \mathbf{r}_1 H_2) - H(\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1)}{H_1 - H_2} \quad (19)$$

取 $t^0, t^1$ 两个时刻的 CT 图像作为考察对象, 一般取初次扫描成像为 $t^0$ 时刻, 假设此两个时刻

样品内缺陷的体积百分数分别为 $\mathbf{a}^0, \mathbf{a}^1$ , 平均 CT 图像值为 $H^0, H^1$ , 平均密度为 $\mathbf{r}^0, \mathbf{r}^1$ , 则有

$$\mathbf{r}^0 = \frac{(1-\mathbf{a}^0)(\mathbf{r}_2 H_1 - \mathbf{r}_1 H_2) - H^0(\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1)}{H_1 - H_2} \quad (20)$$

$$\mathbf{r}^1 = \frac{(1-\mathbf{a}^1)(\mathbf{r}_2 H_1 - \mathbf{r}_1 H_2) - H^1(\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1)}{H_1 - H_2} \quad (21)$$

式(20)、(21)相减得

$$\begin{aligned} \Delta \mathbf{r} &= \mathbf{r}^0 - \mathbf{r}^1 \\ &= \frac{(\mathbf{a}^1 - \mathbf{a}^0)(\mathbf{r}_2 H_1 - \mathbf{r}_1 H_2) + (H^1 - H^0)(\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1)}{H_1 - H_2} \\ &= \frac{\Delta \mathbf{a}(\mathbf{r}_2 H_1 - \mathbf{r}_1 H_2) + \Delta H(\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1)}{H_1 - H_2} \end{aligned} \quad (22)$$

$$\frac{\Delta \mathbf{r}}{\mathbf{r}^0} = \frac{\Delta \mathbf{a}(\mathbf{r}_2 H_1 - \mathbf{r}_1 H_2) + \Delta H(\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1)}{(1-\mathbf{a}^0)(\mathbf{r}_2 H_1 - \mathbf{r}_1 H_2) - H^0(\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1)} \quad (23)$$

【定义】 密度损伤增量为

$$\Delta D = \frac{\Delta \mathbf{r}}{\mathbf{r}^0} \quad (24)$$

由式(23)可得

$$\Delta D = \frac{\Delta \mathbf{a}(\mathbf{r}_2 H_1 - \mathbf{r}_1 H_2) + \Delta H(\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1)}{(1-\mathbf{a}^0)(\mathbf{r}_2 H_1 - \mathbf{r}_1 H_2) - H^0(\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1)} \quad (25)$$

通过密度损伤增量的表达式可以看出, 对同一部位相邻两幅 CT 图像, 只要利用图像分割技术计算得到了裂纹缺陷体积百分数的变化量和平均 CT 图像值的变化量, 就可以估算出两个不同状态下的相对密度变化量。

由文献<sup>[8]</sup>可得损伤变量 $D$ 与相对密度变化 $\Delta \mathbf{r}$ 的关系:

$$D = \left( \frac{\Delta \mathbf{r}}{\mathbf{r}_0} \right)^{2/3} \quad (26)$$

其中  $\mathbf{r}_0$  为初始密度。由式(23)得

$$D = \left( \frac{\Delta \mathbf{a}(\mathbf{r}_2 H_1 - \mathbf{r}_1 H_2) + \Delta H(\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1)}{(1 - \mathbf{a}^0)(\mathbf{r}_2 H_1 - \mathbf{r}_1 H_2) - H^0(\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1)} \right)^{2/3} \quad (27)$$

给定同一部位不同时刻的两幅 CT 图像, 由式(27)就可以估算出后一时刻相对前一时刻的损伤程度。

### 3 结 论

(1) 多种成份混合体的质量衰减系数可以表示为各组成物质的质量衰减系数的线性组合, 系数为各组成物质的质量百分数; 且得到混合体的线性衰减系数是各组成物质线性衰减系数的线性组合, 但系数为各组成物质的体积百分数。从混合体的质量衰减系数表示出发, 得到了材料密度变化、裂纹缺陷体积百分数与 CT 图像值的一个关系式。本文的推导过程严密, 结论严谨, 参数意义明确。

(2) 根据相对密度变化定义了密度损伤增量, 建立了裂纹缺陷和损伤变量之间的联系, 使 CT 试验结果的分析从定性走向定量, 为材料损伤演化方程及剩余寿命预测研究奠定了基础。

#### 参考文献:

- [1] Takashi Ikeda, Koichi Kotani, Yuichiro Maeda, et al. Preliminary Study on Application of X-ray CT Scanner to Measurement of Void Fractions in Steady State Two-Phase Flows[J]. Journal of Nuclear Science and Technology, 1983, 20(1): 1~12.
- [2] 丁卫华, 仵彦卿, 蒲毅彬, 等. 受力岩石密度损伤增量及其数字图像[J]. 西安理工大学学报, 2000, 16 (1): 61~64.
- [3] 丁卫华, 仵彦卿, 蒲毅彬, 等. 岩石细观损伤过程的 CT 动态观测[J]. 西安理工大学学报, 2000, 16(3): 274~279.
- [4] 葛修润, 任建喜, 蒲毅彬等. 岩石细观损伤扩展规律的 CT 实时试验[J]. 中国科学(E 辑), 2000, 30(2), 104-111.
- [5] 杨更社, 张长庆. 岩石损伤及检测[M]. 西安: 陕西科学技术出版社, 1998, 79-80.
- [6] 景晓宁, 胡小方, 赵建华, 等. SXR-CT 技术应用研究烧结陶瓷三维微结构拓扑形貌[J]. 材料科学与工程学报, 2003, 21(3), 327-330.
- [7] 胡小方, 景晓宁, 赵建华等. 应用 SR-CT 技术研究陶瓷材料的孔隙结构及密度分布[J]. 实验力学, 2003, 12, 18(4), 485-489.
- [8] Jean Lemaitre, Jacques dufailly. Damage measurements[J]. Engineering Fracture Mechanics, 1987, vol. 28, No. 5/6, 643~661.

作者简介: 敖 波(1979-), 男, 西北工业大学博士研究生, 主要从事工业 CT 理论与应用研究。  
E-mail: aobo0328@tom.com.