

文章编号: 1004-4140(2006)03-0068-06

潘晓川教授的反投影滤波 (BPF) 新型重建算法介绍

李 亮、陈志强、张 丽、邢宇翔
(清华大学工程物理系, 北京, 100084)

摘要: 计算机断面成像 (CT) 的精确重建方法一直是现代 CT 成像领域中一个活跃的研究方向。近几年, 关于平行束、扇束、锥束 CT 精确重建的研究取得了一系列重要的突破和创新成果。本文主要介绍了美国芝加哥大学潘晓川教授为首的课题组提出的一类基于反投影卷积 (Backprojection Filtration: BPF) 的 CT 精确重建算法。BPF 算法最重要的贡献在于它成功地解决了从沿探测器方向截断的投影数据进行 CT 精确重建的问题; 因此, 通过 BPF 算法能够设计出针对目标的感兴趣区域成像策略, 减少成像扫描、重建时间, 辐照剂量和散射光子。

关键词: 反投影滤波 (BPF)、PI 线、弦、螺旋 CT、感兴趣区域

中国分类号: TP 911.73

文献标识码: A

Xiaochuan Pan's New BPF-type Algorithms for Computed Tomography Image Reconstruction

LI Liang, CHEN Zhi-qiang, ZHANG Li, XING Yu-xiang

(Department of Engineering Physics, Tsinghua University, Beijing, 100084, China)

Abstract: The development of image reconstruction in computed tomography (CT) remains one of the most active areas in modern imaging sciences. In the last few years, there have been significant breakthroughs in the development of mathematically exact and innovative methods for image reconstruction from parallel-beam, fan-beam and cone-beam projection data. This paper introduces a type of BPF-based algorithms proposed by the laboratory led by Dr. Xiaochuan Pan at The University of Chicago. One of important properties of the BPF-based algorithms lies in that it can provide exact image reconstruction within a region of interest (ROI) from projection data containing longitudinal and transverse truncations. Such a unique property of the BPF-based algorithm offer the opportunity to design targeted ROI-imaging strategy, thus reducing scanning effort, computation time, radiation dose, and imaging artifacts such as scatter.

Keywords: Backprojection filtration (BPF), PI-line, Chord, helical CT, Region-of-interest (ROI).

1 引言

潘晓川, 获芝加哥大学博士学位, 目前是美国芝加哥大学放射学系教授。潘教授的研究领域目前集中在成像的理论及其应用上, 包括医学成像、生物学成像和工程成像等, 涉及的领域包括: 螺旋体积 CT、放射学核素成像、核磁共振成像、成像技术在放射治疗中的应用、图像处理及逆问题的理论研究、图像质量评估等。潘教授发表过各类期刊、会议论文二百多篇, 合作著作 2 本, 十余项专利。2004 年被选为美国 SPIE 协会的成员 (Fellow)。

最近几年 CT 精确重建算法得到了很大的发展, 特别是在锥束螺旋 CT 精确重建算法方面取

得了里程碑式的进展。在这些诸多成果中, 美国芝加哥大学以潘晓川教授为首的课题组提出了一种重要的 BPF 精确重建算法^[1-3]。该算法是继 Katsevich 算法^[4-5]以后的另一个重要的锥束 CT 精确重建算法。BPF 算法具有鲜明的数学和物理上的特点, 该算法的数学证明和推导自成体系, 同时具有直观、明了的物理概念支持。另外, 该算法虽然是针对螺旋锥束 CT 提出的, 但由于 BPF 算法本身的特点, 使得该算法能够方便、直观地扩展到其他形式的锥束扫描轨道的 CT 精确重建中^[6-7]。作为锥束重建的一种特殊情况, BPF 算法也被应用到扇束、平行束 CT 精确重建中^[8]。BPF 算法的最大优点在于它第一次在数学上解决了横向截断的投影数据的 CT 精确重建问题, 能够利用理论上最少的投影数据精确重建出物体图像。

本文详细介绍了潘晓川教授为首的研究小组提出的 BPF 精确重建算法, 以及 BPF 算法在锥束、扇束 CT 重建中的应用; 最后介绍了潘晓川等人提出的基于目标的感兴趣区域 (ROI) 的 BPF 成像策略。

2 基于 PI 线的锥束螺旋 BPF 重建算法

2004 年, 潘晓川等人提出了一种有别于 Katsevich 算法的精确锥束螺旋 CT 重建算法, 该算法的重建思想是建立在 PI 线的概念基础之上的。PI 线的概念最早是 1997 年由 Danielsson 等提出的。在 PI 线的基础上, Danielsson 等提出了用于解决锥束螺旋 CT 近似重建的 PI 算法。PI 线的概念表述如下: 在笛卡儿坐标系中, 定义螺旋线表达式为 $P_0(l) = (R \cos l, R \sin l, hl/2p)$, 取螺旋线

上的任意两点 $P_0(l_1)$ 、 $P_0(l_2)$, 如果 $|l_2 - l_1| < 2p$, 那么这两点之间的连线就称为一条 PI 线 (如图 1

所示)。人们已经证明: 在螺旋线扫描方式下, 由螺旋线组成的圆柱体积内的任意一点均有一条 PI 线经过 [9]。因此, 只要我们能够重建出圆柱内的所有 PI 线, 也就得到了螺旋线扫描范围内的所有物体图像。BPF 精确重建算法正是基于这个事实, 重建出每一条 PI 线上的图像信息, 进而通过在笛卡儿坐标系中进行重采样, 得到被扫描物体的完整三维图像。

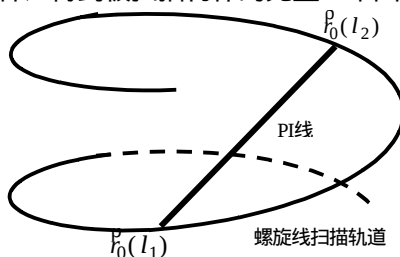


图 1 锥束螺旋 CT 扫描轨道中的一条 PI 线, 其中 $l_2 - l_1 < 2p$

在锥束螺旋 CT 精确重建理论中, 人们已经证明了: 精确重建螺旋线内的物体三维信息, 理论上需要的二维探测器上的最少投影数据包含在 Tam-Danielsson 窗内^[9]。Tam-Danielsson 窗在一系列基于三维 Radon 变换的锥束螺旋 CT 重建算法中起到了关键的作用。Katsevich 的 FBP 形式的锥束螺旋 CT 精确重建算法也用到了 Tam-Danielsson 窗的概念, 但他的重建算法需要比 Tam-Danielsson 窗更多的投影数据, 才能够精确重建出物体的三维图像; 而潘晓川等人的 BPF 形式的锥束螺旋 CT 精确重建算法只需要二维探测器上 Tam-Danielsson 窗内的投影数据, 也就是说, BPF 重建算法仅仅需要理论上最少的投影数据就可以精确重建出螺旋轨道扫描范围内的物体三维图像, 这是 BPF 重建算法相对于其他算法的最重要的不同之处。

根据潘晓川等人的文献, BPF 算法的重建过程(步骤)如下:

1) 对每个角度下的锥束投影数据进行求导;

$$G(\rho_0(q), \hat{b}(\rho', l)) = \frac{\partial}{\partial q} P(\rho_0(q), \hat{b}(\rho', l)) \quad (1)$$

上式中 $\rho_0(q)$ 表示锥束源点轨道上的一个点, q 、 l 都是是该源点的角度坐标; ρ' 表示从角坐标 l_1 到 l_2 的 PI 线上的任意一点。 $P(\rho_0(q), \hat{b}(\rho', l))$ 表示在锥束源点 $\rho_0(q)$ 处的某条方向为 $\hat{b}(\rho', l)$ 的 x 射线穿过物体后的投影。

2) 由求导后的投影数据, 对螺旋轨道内每条 PI 线上的物体图像点进行加权反投影, 反投影积分的角度范围是该 PI 线对应的角度范围 $l_1 \sim l_2$;

$$g(\rho') = \int_{l_1}^{l_2} \frac{dl}{|\rho' - \rho_0(l)|} G(\rho_0(l), \hat{b}(\rho', l)) \quad (2)$$

上式中 $\rho_0(l)$ 表示锥束源点轨道上的一个点。由公式 (2), PI 线上 ρ' 点处的 $g(\rho')$ 是由求导后的投影数据在 $l_1 \sim l_2$ 的角度范围内进行加权反投影得到的。

3) 对加权反投影得到的 PI 线上的数据, 沿着该条 PI 线求 Hilbert 变换, 得到物体在该线上的重建结果;

$$f(x_p, l_1, l_2) = \frac{1}{2p} \frac{1}{\sqrt{(x_2 - x_p)(x_p - x_1)}} \cdot \left[\int_{x_1}^{x_2} \frac{\sqrt{(x_2 - x'_p)(x'_p - x_1)}}{p(x_p - x'_p)} g(x'_p, l_1, l_2) dx'_p + C \right] \quad (3)$$

上式中 (x'_p, l_1, l_2) 既是公式 (2) 中 PI 线上点 ρ' 的另外一种表示形式。 C 是沿着 PI 线方向的投影值。 x_1 、 x_2 代表 PI 线的两个端点。

4) 对螺旋轨道内所有 PI 线上的物体重建结果进行重采样, 得到物体的三维重建图像。由公式 (3) 得到的是物体沿各条 PI 线上的采样图像, 一般情况下, 我们需要得到的是笛卡儿坐标系下均匀采样的物体三维图像; 因此, 需要对 (3) 中得到图像进行重采样。例如, 在螺旋锥束 CT 重建中, 经过重采样的最终图像可以由下面公式得到:

$$f(x, y, z) = f(x_p, l_1, l_2) \quad (4)$$

$$\begin{cases} x = R[(1-t) \cos l_1 + t \cos l_2] \\ y = R[(1-t) \sin l_1 + t \sin l_2] \\ z = (1-t)h(l_1) + th(l_2) \end{cases} \quad (5)$$

其中, $t \in [0, 1]$ 。

2005 年, 潘晓川等人在 BPF 算法的基础上提出了 MD-FBP 算法, 该算法在进行反投影之前先完成对投影数据的滤波处理, 因此反投影的结果就是物体沿 PI 线的采样图像。MD-FBP 相比于

BPF 算法的一个优势在于, 它避免了 BPF 算法中由于反投影过程处理不当产生的奇异点通过滤波处理把误差传递给其他的图像点^[10]。

BPF 算法在时间应用中也存在不足之处: 从前面的步骤 4 可以看出, 由于 BPF 重建是在 PI 线上完成的, 因此, 要得到最终的物体图像需要进行三维重采样; 而在三维空间中进行重采样需要大量的计算, 并且降低了图像的分辨率。

BPF 算法的数学证明和推导自成体系, 同时具有直观、明了的物理概念支持。BPF 算法的数学重建过程是在一条连接射线源轨道上任意两点的连线, 称为弦(Chord)上完成的, 因此, 只要在锥束扫描轨道上能够存在这样的连续, 就可以直接利用 BPF 算法对该条线上的物体图像进行重建。正是这个原因使得 BPF 算法能够方便、直观地扩展到其他形式的锥束扫描轨道的 CT 精确重建中去。

3 平行束、扇束 BPF 重建算法

在平行束、扇束 CT 重建中, BPF 算法也得到了重要的应用; 有别于以前的 CT 重建算法, BPF 算法成功地解决了探测器方向投影数据截断的图像精确重建问题, 能够在部分实现感兴趣区域 (ROI) 扫描和精确重建问题。如图 2 所示, 按照 BPF 算法要求的扫描方式下, X 射线束和探测器面积只需要覆盖物体的 ROI 区域即可, 而不像以前的射线扫描 (例如: 全扫描、半扫描 (half-scans or short scan^[11])、超短扫描 (supper-short-scan^[12-13]) 等) 都需要 X 射线束和探测器面积必须覆盖物体全部才能够获得精确重建物体所需要的全部投影数据。因此, 这种新的扫描方式不仅仅减小了 ROI 区域扫描所需的探测器面积, 减少了扫描过程中物体的被辐射剂量, 同时也大大减少了测量的投影数据量和图像重建计算量, 提高了系统扫描、重建的效率。

平行束或扇束扫描形式下的 BPF 重建算法可以描述如下^[14-18]:

- (1) 对每个角度下的投影数据进行求导;
- (2) 选取一组覆盖 ROI 区域的平行 PI-line, 对任意一个待重建的图像点, 计算出通过该点的 PI-line, 为了便于计算一般情况下选择平行于 x 轴或 y 轴方向的 PI-line。
- (3) 对求导后的投影数据加权反投影到已确定的一组平行 PI-line 上;
- (4) 对反投影后数据, 沿 PI-line 方向做 Hilbert 逆变换, 得到最后的 ROI 重建图像。

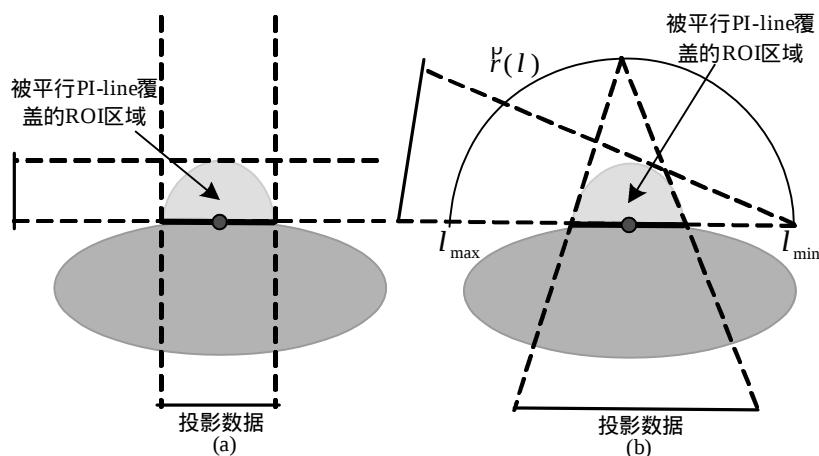


图 2 BPF 算法下的平行束、扇束扫描: (a) 重建 ROI 区域需要的平行束扫描范围和投影数据; (b) 重建 ROI 区域需要的扇束扫描范围和投影数据。

4 基于目标的感兴趣区域 (ROI) 的 BPF 成像策略

在 CT 成像领域, 为了获得最优的图像, 主要有两个方面的问题需要考虑。在过去, 成像过程中考虑最多的如何选择扫描路径; 然而另一个问题, 在扫描路径上 X 射线如何照射却被忽略了。基于这方面的考虑, 以潘晓川领导的课题组提出了一种目标感兴趣区域成像策略的概念^[14-16]。

对某已知的感兴趣区域成像问题来说, 除去扫描轨道问题, 他们还提出在轨道上的 X 射线照射问题也值得考虑。在扫描轨道的不同位置 X 射线的照射宽度是不同的, 利用这些投影数据, 他们前面的图像重建理论和 BPF 算法能够很好的重建出感兴趣区域的图像。这种数据采集、重建方式相对于全扫描情况, 能够减少重建图像中的伪影 (散射等等), 并且能够减少成像时间。

这种基于目标感兴趣区域成像策略, 因为仅仅针对感兴趣区域进行扫描, 可以实现最少投影数据的扫描、重建任务, 减少扫描、重建时间, 更能够减少对目标病人的辐照剂量, 这是该成像策略的最大优势之处。

但另一方面, 由于实际 CT 系统采集的投影数据中均包含一定程度的噪声数据, 在这噪声数据下, 这种感兴趣区域成像策略生成的图像是否提供足够的图像质量是一个需要进一步考虑的问题。

潘晓川等人最近发现: 感兴趣区域图像的噪声性质受到 BPF 算法重建所需的最少投影数据以外的数据影响不大。这是一个很重要的发现, 它意味着: 不管重建图像使用了多少的冗余数据, 对感兴趣区域图像的噪声性能并没有本质的改变^[17-19]。

因此, 对于目标感兴趣区域, 我们仅仅使用所需的最少数据进行重建即可, 这样就能够很大程度上减少成像的时间、辐照剂量、散射及其它伪影。利用这个发现, 我们就能够设计出更加有效、优化的目标感兴趣区域成像策略。

这种基于目标感兴趣区域成像策略能够在放射治疗成像、医学诊断成像、C-arm CT 心脏成像、小动物微焦点成像、牙齿成像和工业 CT 应用等领域得到重要应用。

5 总结

最近几年, 特别是 Katsevich 发表他关于 FBP 形式的锥束螺旋 CT 精确重建算法以来, CT 精确重建算法得到了很大的发展, 解决了当 Z 向螺旋 CT 投影数据截断时的“长物体”精确重建问题。

随后, 潘晓川等人提出了一种仅需要理论上最少投影数据的 BPF 形式的螺旋锥束 CT 精确重建算法, 该算法很好地解决了从沿探测器方向截断的投影数据进行 CT 精确重建的问题; 这是 CT 精确重建研究领域里面一个重要的进步。

正是因为 BPF 算法的这个优点, 使得我们能够设计出针对目标感兴趣区域成像策略, 减少成像扫描、重建时间和对被扫描物体的辐照剂量。

参考文献:

- [1] Zou Y, Pan X. Exact image reconstruction on PI-lines from minimum data in helical cone-beam CT [J]. Phys. Med. Bio., 2004, 49: 941~959.
- [2] Zou Y, Pan X. Image reconstruction on PI-lines by use of filtered backprojection in helical cone-beam CT [J]. Phys. Med. Biol. 2004, 49: 2717~2731.
- [3] Pan X, Xia D, Zou Y, Yu L. A unified analysis of FBP-based algorithms in helical cone-beam and circular cone- and fan-beam scans [J]. Phys. Med. Biol. 2004, 49: 4349~4369.

- [4] Katsevich, Theoretically exact filtered backprojection-type inversion algorithm for spiral CT [J]. SIAM J. Appl. Math., 2002,62: 2012~2026.
- [5] Katsevich, A general scheme for constructing inversion algorithms for cone beam CT [J]. Int. J. Math. Math. Sci., 2003, 21:1305~21.
- [6] Zou Y, Pan X, Xia D, Wang G. PI-line-based image reconstruction in helical cone-beam computed tomography with a variable pitch [J]. Med. Phys. 2005,32: 2639~2648.
- [7] Xia D, Zou Y, Yu L, Sidky E Y, Pan X. Image reconstruction for scanning configurations with tilted helical and saddle trajectories [C]. Proc. 8th international meeting on fully three-dimensional image reconstruction in radiology and nuclear medicine, 2005,347~351.
- [8] Pan X, Xia D, Zou Y, Yu L. A unified analysis of FBP-based algorithms in helical cone-beam and circular cone- and fan-beam scans [J]. Phys. Med. Biol. 2004,49: 4349~69.
- [9] Danielsson P E, Edholm P, Seger M. Towards exact 3D-reconstruction for helical cone-beam scanning of long objects. A new detector arrangement and a new completeness condition [C]. Proc. 1997 Int. Meet. on Fully Three-Dimensional Image Reconstruction in Radiology and Nuclear Medicine (Pittsburgh), 1997,141~144.
- [10] Sidky E Y, Zou Y, Pan X. Minimum-data filtered backprojection algorithm for helical cone-beam computed tomography [J]. Phys. Med. Biol. 2005,50: 1643~1657.
- [11] Parker D L. Optimal short-scan convolution reconstruction for fan-beam CT [J]. Med. Phys., 1982, 9: 254~257.
- [12] Noo F, Defrise M, Clackdoyle R, Kudo H. Image reconstruction from fan-beam projections on less than a short scan [J]. Phys. Med. Biol. 2002,47: 2525~2546.
- [13] 陈志强, 李亮, 邢宇翔, 康克军. 基于Hilbert变换的CT 圆轨道超短扫描重建算法[J], 清华大学学报, 2005, 45: 795~798.
- [14] Pan X, Zou Y, Xia D. Image reconstruction in peripheral and central regions-of-interest and data redundancy [J]. Med. Phys., 2005, 32: 673~684.
- [15] Zou Y, Pan X, Sidky E Y. Image reconstruction in regions-of-interest from truncated projections in a reduced fan-beam scan [J]. Phys. Med. Biol. 2005, 50: 13~27.
- [16] Zou Y, Pan X, Sidky E Y. Theory and algorithms for image reconstruction on chords and within regions of interest [J]. J. Opt. Soc. Am. A 2005,22: 2372~2384.
- [17] Zou Y, Sidky E Y, Pan X. Partial volume and aliasing artefacts in helical cone-beam CT [J]. Phys. Med. Biol. 2004,49: 2365~2375.
- [18] Pan X, Yu L, Kao C M. Spatial-Resolution Enhancement in Computed Tomography [J]. IEEE Med. Imag. 2005, 24: 248~253.
- [19] Xia D, Zou Y, Yu L, Sidky E Y, Pan X. The effect of data truncation on the noise properties of ROI image reconstruction [C]. Proc. 2005 Int. Meet. on Fully Three-Dimensional Image Reconstruction in Radiology and Nuclear Medicine, 2005,60~63.

作者简介: 李 亮 (1981—), 男 (汉), 山东人, 2002 获得清华大学学士学位, 目前为清华大学工程物理系在读博士研究生, 主要从事 X 射线成像物理、CT 成像数学算法及工程应用等方面的研究。Email: liliang02@mails.tsinghua.edu.cn