

文章编号: 1004-4140 (2008) 03-0057-08

# CT 图像重建预处理滤波器设计

文斌, 吴胜利, 潘瑞谊

(西安交通大学 电子物理与器件教育部重点实验室, 西安 710049)

**摘要:** 本文分析并设计了用于 CT 图像重建的几种预处理滤波器。通过分析不同滤波函数对断层图像重建质量的影响, 从几种经典的滤波函数出发, 进行改进并与窗函数结合得到了可用于 CT 图像重建的几种滤波器。有关投影数据的图像重建结果表明, 所设计的几种滤波器较好地满足了实际图像重建的要求。

**关键词:** 图像重建; 预处理滤波器; 窗函数

**中图分类号:** TP 391.41      **文献标识码:** A

锥形束 CT 作为新一代 CT 技术, 利用锥形光束和面阵探测器, 通过一次旋转扫描即可获得图像重建所需全部投影数据, 具有扫描速度快、射线利用率高、重建图像分辨率高的优点。与扇形束 CT 等图像重建相同, 除改进算法提高图像重建速度外, 另一研究内容主要集中在预处理滤波器的设计与实现, 以便得到边缘清晰、平滑、伪迹伪影及噪声较少的重建图像。本文从几种经典的图像处理滤波器出发, 分析讨论了它们在图像重建预处理中的应用。通过改进并结合窗函数滤波, 得到具有不同滤波效果且参数可调的滤波函数。本文还分析了重建包含较多高频信息的图像时环状伪影的产生原因及消除方法。文中所给出的滤波函数同样适用于平行束或扇形束 CT。

## 1 CT 图像重建中的滤波预处理

FDK 滤波反投影法是锥形束 CT 广泛采用的图像重建算法<sup>[1-3]</sup>, 该方法先对不同方向的投影数据进行滤波预处理, 然后通过反投影得到重建的断层图像, 其数学表达式为<sup>[4]</sup>:

$$f(\vec{r}) = \oint \left( \frac{d^2}{(d + \vec{r} \cdot \vec{\omega})^2} P'_\beta(s, t) \right) d\beta$$
$$P'_\beta(s, t) = \left( \frac{d}{\sqrt{d^2 + s^2 + t^2}} P_\beta(s, t) \right) \otimes h(s) \quad (1)$$

其中  $d$  为源点到探测器的距离,  $P_\beta(s, t)$  为视角  $\beta$  下通过重建点并与探测器交于  $(s, t)$  点的投影数据,  $h(s)$  为空间域斜坡滤波器。实际上, 由于预处理滤波基于离散傅立叶变换在频域对投影数据按行滤波, 而直接采用斜坡滤波器滤波时会因有限数据而产生频率混叠<sup>[5-6]</sup>。因此, 往往需要采用不同窗函数对滤波器进行适当的修正<sup>[7]</sup>。相应的频域滤波函数一般可表示

收到日期: 2008-04-17。

基金项目: 陕西省科技攻关资助项目 (2005K04-G1); 西安交通大学科学研究基金。

为:

$$H(w) = |w| W(w) \quad (2)$$

式中  $|w|$  对应典型的斜坡滤波函数,  $W(w)$  为窗函数。通过设计不同的窗函数, 得到不同的滤波函数<sup>[8]</sup>, 图 1 为采用矩形窗函数修正时滤波函数示意图。

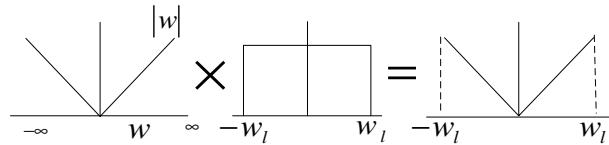


图 1 矩形窗函数修正后的斜坡滤波函数示意图

修正后的斜坡滤波函数可表示为:

$$H(u) = 2 \frac{\pi \times u}{N} \quad (3)$$

由斜坡滤波函数的特性可知, 函数值与频率成正比。这些特性虽然使重建后图像边缘较清晰, 但是噪声比较明显, 而且图像不够平滑、不同灰度区域过渡不自然, 实际应用中一般不采用。

## 2 预处理滤波器分析

如前面的分析, 预处理是滤波反投影重建中的一个重要步骤, 滤波器性能直接影响图像重建的质量<sup>[9]</sup>, 这里分别对几种常见的滤波器进行分析讨论。

### 2.1 巴特沃思高通滤波器

标准巴特沃思 (Butterworth) 高通滤波器的表达式为<sup>[8]</sup>:

$$H(u) = \frac{1}{1 + 0.414 \left( \frac{D_0}{u} \right)^{2n}} \quad (4)$$

其中  $D_0$  为截止频率。当  $D_0 = 100, n = 2$  时的函数曲线如图 2 中实线所示。由曲线可看出, 低频部分过于陡峭, 部分低频信息的损失会导致重建图像噪声较多和过渡不够平滑, 因而需要改进。改进后的巴特沃思滤波器表达式为:

$$H(u) = \frac{u}{N \times \sqrt{1 + \left( \frac{u}{2 \times f_c} \right)^{2n}}} \quad (5)$$

其中  $f_c$  为截止频率,  $N$  为滤波器长度,  $n$  为阶数。改进后的滤波函数在

$f_c = 400, n = 2, N = 1024$  时的曲线如图 2 中虚线所示。改进后的曲线在高频处的幅值有所降低, 且曲线上升部分更平滑。这样有利于获得细节更丰富的重建图像, 当然也会造成边缘模糊, 实际使用中仍有待改进。图 3 为电解电容器的 X 射线投影图像, 基于电解电容器的 X 射线投影数据重建的巴特沃思滤波结果如图 4 所示。重建图像中存在环状伪影, 产生的原因将在后面分析。本文后续的图像重建均使用该组投影。

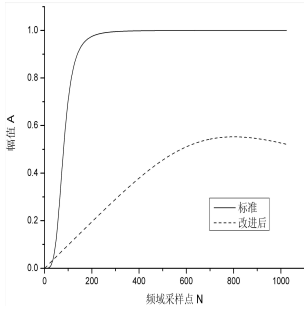


图 2 巴特沃思函数曲线

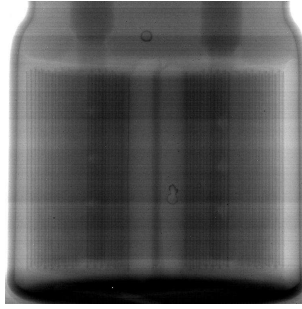


图 3 投影图像

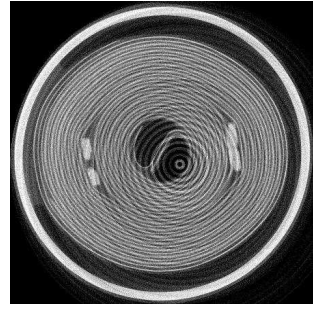


图 4 改进的巴特沃思滤波结果

## 2.2 平滑滤波器

平滑 (Smooth) 滤波器是另外一种常见的滤波器, 其重建图像平滑、噪声少。滤波函数曲线大致成拱形, 一种修正的平滑滤波器表达式为:

$$H(\mu) = 512 \cos\left(\frac{\pi \times u}{2N}\right) \times \sin\left(\frac{\pi \times u}{N}\right) \quad (6)$$

其函数曲线如图 5 所示, 此滤波器属于带通滤波器, 基于同样的电解电容器投影图像重建所得断层图像如图 6 所示。图像清晰而平滑, 重建效果理想。参考平滑函数的曲线发现: 函数本身过渡光滑均匀, 最大值在 400 附近, 在高频处迅速下降且最终值为零。

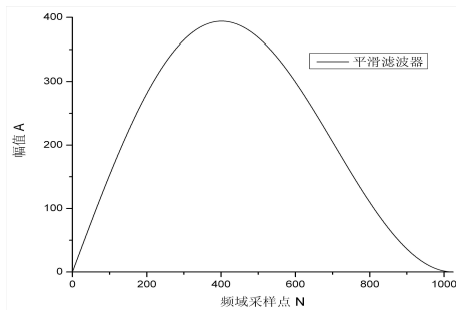


图 5 平滑滤波器

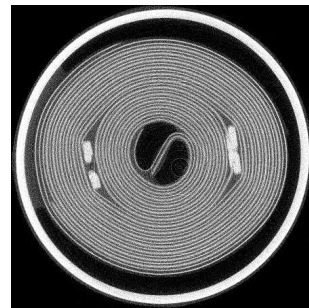


图 6 平滑滤波结果图

## 3 基于窗函数的预处理滤波器设计

由前面频域滤波函数的一般表达式 (2) 可知, 通过与不同的窗函数结合可以得到一些

实用的预处理滤波器。基于这一考虑并结合图像重建的需要, 设计和分析一些有用的预处理滤波器。

### 3.1 Ramp (斜坡) 函数与窗函数结合滤波

#### 3.1.1 Ramp-Hamming (汉明) 结合滤波

改进的汉明窗函数表达式为:

$$H(u) = \frac{0.54 + 0.46 \cos\left(\frac{0.85\pi \times u}{N}\right)}{2} \quad (7)$$

其中  $N$  为窗函数长度, 也即频域采样点数。斜坡及改进汉明窗函数分别如图 7 中的实线和虚线所示。将斜坡滤波器与汉明窗结合后, 函数表达式为:

$$H(u) = \frac{\pi \times u}{N} \left( 0.54 + 0.46 \cos\left(\frac{0.85\pi \times u}{N}\right) \right) \quad (8)$$

其函数曲线如图 7 短虚线所示。新函数综合了二者的优点, 相比斜坡滤波器, 在高频部分对噪声具有很好的抑制作用。重建图像如图 8 所示, 噪声得到较好的抑制。虽然与窗函数结合滤波, 但重建图像中依然存在环状伪影, 函数仍需要改进。

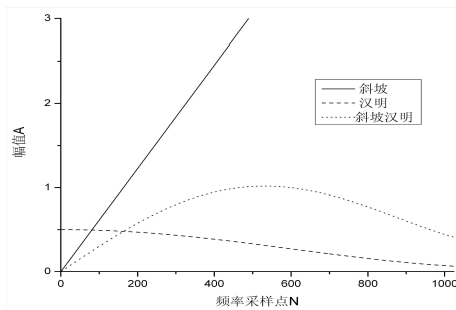


图 7 斜坡、汉明及结合的函数

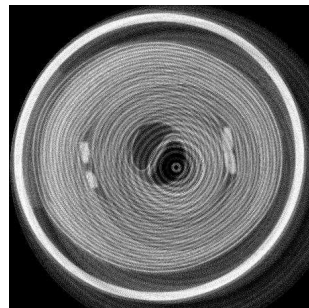


图 8 斜坡-汉明结合滤波

#### 3.1.2 Ramp-Sinc 结合滤波

Sinc 函数的表达式为:

$$H(u) = \frac{\sin\left(\frac{\pi \times u}{N}\right)}{\frac{\pi \times u}{N}} \quad (9)$$

其中  $N$  为窗函数长度, 也即频域采样点数。将斜坡函数与 Sinc 函数结合所形成的新的滤波函数表达式为:

$$H(u) = \frac{2\pi \times u}{N} \times \frac{\sin\left(\frac{\pi \times u}{N}\right)}{\frac{\pi \times u}{N}} = 2 \sin\left(\frac{\pi \times u}{N}\right) \quad (10)$$

其函数曲线如图 9 中的虚线所示, 基于该滤波器的重建断层图像如图 10 所示。

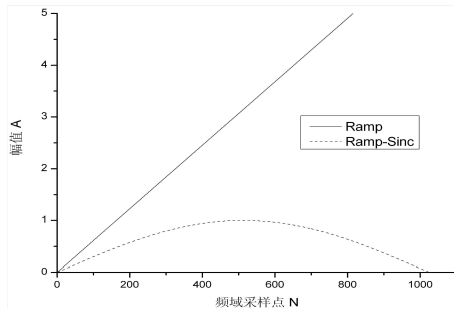


图 9 滤波函数曲线

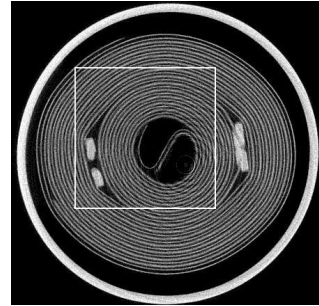
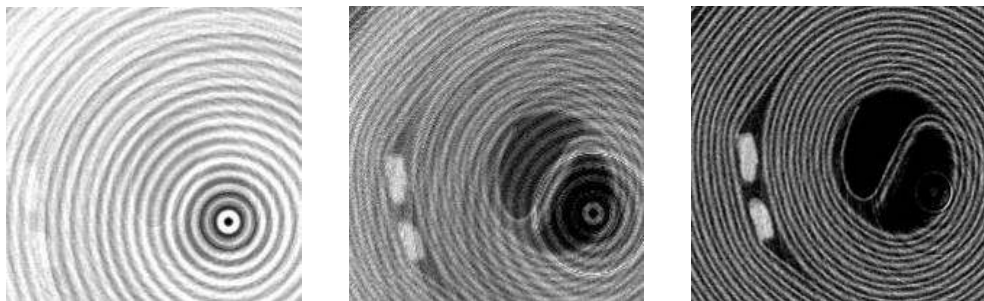


图 10 Ramp-Sinc 结合滤波

为了比较上述几种滤波器的效果, 将图 10 中方框内的局部图像放大进行比较。图 11 给出了使用 Ramp、Ramp-Hamming 以及 Ramp-Sinc 进行滤波的图像重建结果局部放大图。通过比较可以看出, Ramp-Sinc 结合滤波效果最理想。



(a) Ramp

(b) Ramp-Hamming 滤波

(c) Ramp-Sinc 滤波

图 11 几种滤波器重建结果比较

从上图中可以明显地看出图像重建效果的变化。不仅重建质量依次增高, 环状伪影也逐渐消失。图 11 (c) 基本没有伪影, 在这里分析一下环状伪影的产生与滤波函数的关系。本文使用电容的 X 射线投影进行图像重建, 细致的图像中包含较多的高频成分。当采样频率大于信号中最高频率的 2 倍时, 才能保证不发生频率混叠。

工程实际中采样频率通常大于信号中最高频率成分的 3 到 5 倍, 保证此时的采样信号能真实地反映原信号。本文开头提到在频域对投影数据按行滤波, 采样频率与行数有关为固定值。因此遇到图像中包含较多的高频成分时, 可能出现环状伪影。

通过实际的图像重建发现: 使用 Ramp、Ramp-Hamming 函数时存在环状伪影, 而

Ramp-Sinc、Smooth 函数则没有。进而分析函数曲线（如图 12）发现如果在高频处函数值下降为零，环状伪影将会得到很好的抑制。因此在重建含有较多高频分量的图像时，尽量使用高频处的值下降为零的滤波函数。根据这个理论可以解释前述改进型的 Butterworth 函数产生伪影的原因，并由 Butterworth-Sinc 滤波函数（图 13 实线）的形态得出推论：使用该函数滤波将不会产生环状伪影。

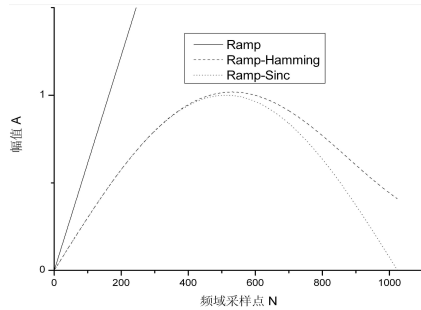


图 12 三种滤波函数对比

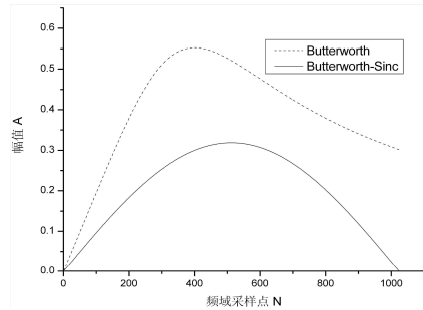


图 13 Butterworth-Sinc 函数曲线

### 3.2 Butterworth-Sinc 结合滤波

使用 Sinc 窗函数做进一步的修正，得到 Butterworth-Sinc 函数，其函数表达式如下：

$$H(u) = \frac{\sin\left(\frac{\pi \times u}{N}\right)}{\frac{\pi \times u}{N}} \times \frac{u}{N \times \sqrt{1 + \left(\frac{u}{2 \times f_c}\right)^{2n}}} = \frac{\sin\left(\frac{\pi \times u}{N}\right)}{\pi \times \sqrt{1 + \left(\frac{u}{2 \times f_c}\right)^{2n}}} \quad (11)$$

Butterworth-Sinc 函数曲线图如图 13 所示。选择  $n=3$ 、截止频率  $f_c=350$  时，图像重建结果如图 14 所示。重建图像没有伪影，证明了刚才的推论。该滤波函数可以通过选择不同的  $n$ 、 $f_c$  来得到边缘清晰程度不同的重建图像，在  $n=3$ 、 $f_c$  分别为 250，350，700 时的滤波函数曲线如图 15 所示，图 16 表示相应的图像重建结果局部放大比较。

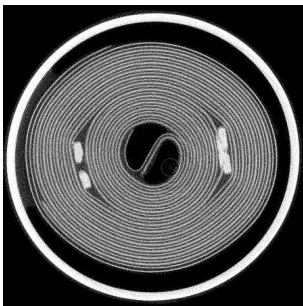


图 14 Butterworth-Sinc 滤波结果

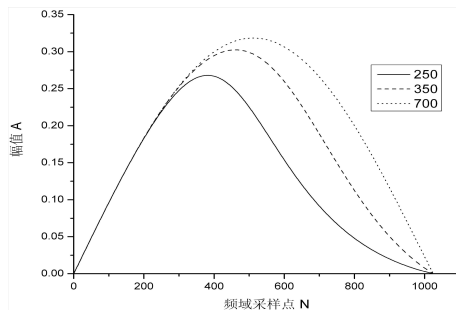


图 15 不同截止频率的滤波函数

图 16 中的 3 幅重建图像均可满足重建要求。通过对比可以看出,随着函数曲线在高频部分的抬高,重建图像边缘更加清晰。图像重建结果还表明该滤波器可以通过设置不同的参数值来获得边缘清晰或整体比较平滑的图像。

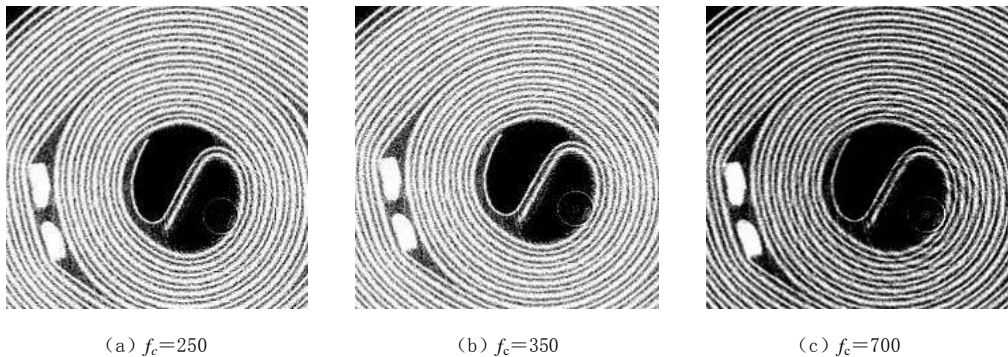


图 16 不同截止频率下的图像重建局部结果比较

## 4 结论

本文结合理论公式以及实际图像重建实验,综合分析对比了几种滤波器的特点。将改进的滤波函数与窗函数结合,给出了几种在图像重建中具有通用性且参数可调的滤波器。通过调整参数或选用不同的滤波器,可以得到平滑或者边缘清晰的重建图像。分析了环状伪影产生的原因并提出解决的办法。所给出的相关滤波器预计会在工业检测 CT 中具有较好的应用价值。

**致谢:** 本文所用投影数据取自日本无线株式会社的超高速微焦点工业 CT 系统,在此表示衷心的感谢。

## 参考文献

- [1] Turbell H. Cone-beam reconstruction using filtered back projection[D]. Sweden: Linkoping Studies in Science and Technology, 2001.
- [2] Feldkamp L A, Davis L C, Kress J W. Practical cone-beam algorithm[J]. J Opt Soc Am, 1984, A/Vol. 1:612-619.
- [3] Kalender Willi A. 计算机体层成像[M]. 崔世民, 译. 北京: 人民卫生出版社, 2003.
- [4] 张晓帆, 何明一. 基于 FDK 法的三维 CT 快速计算方法[J]. 计算机工程与应用, 2004, (21): 208-209.
- [5] Herman G T. Image reconstruction from projections[M]. New York: Academic Press, 1980.
- [6] 庄天戈. CT 原理与算法[M]. 上海: 上海交通大学出版社, 1992.
- [7] Jain A K. Fundamentals of digital image processing[M]. New Jersey: Prentice Hall, 1989.
- [8] Miroslav D L, Dejan V T, Brian L E. Filter design for signal processing[M]. 北京: 电子工业出版社, 2002.
- [9] Rafael C G, Richard E W. Digital image processing[M]. 北京: 电子工业出版社, 2003.

# Design of Preprocessing Filters for CT Reconstruction

WEN Bin, WU Sheng-li, PAN Rui-yi

Key Laboratory for Physical Electronics and Devices of the Ministry of Education, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China

**Abstract:** Several preprocessing filters for CT reconstruction were analyzed and designed. By comparing and analyzing the quality of images reconstructed with different classical filters, several preprocessing filters are designed through improving filter function and combining with window function. The reconstruction experiments based on actual projection data indicate that these filters are effective in improving image qualities and can be used in actual CT reconstruction.

**Key words:** image reconstruction; pre-processing filter; window function

**作者简介:** 文斌 (1984—), 男, 西安交通大学在读硕士研究生, 现主要从事 CT 图像重建技术的研究; 吴胜利 (1964—), 男, 西安交通大学电子科学与技术系教授, 主要从事 CT 图像重建技术、图像处理及平板显示技术的研究, Tel: 029-82668809, E-mail: slwu@mail.xjtu.edu.cn。