

文章编号: 1004-4140 (2007) 04-0031-07

# 锥束 CT 图像重建算法的快速实现

吴胜利, 潘瑞谊, 文斌

(西安交通大学 电子物理与器件教育部重点实验室, 西安 710049)

**摘要:** 本文基于锥束 CT 滤波反投影重建的 FDK 算法, 通过两种算法改进并结合基于共享内存的 Open MP 并行技术和代码优化, 实现了锥束 CT 图像的快速重建。基于锥束 CT 实际投影数据的重建结果表明, 图像重建速度得到了较大的提高, 断层图像重建质量与 FDK 原型算法相当。

**关键词:** 锥束 CT; 图像重建; FDK 滤波反投影法; Open MP 并行技术

**中图分类号:** TP 391.41 **文献标识码:** A

锥束 CT 利用锥状 X 光束和面阵探测器<sup>[1-3]</sup>可以一次扫描获得被检物体全周投影数据, 具有扫描速度快、分辨率高、重建图像质量好等优点, 是 CT 领域中活跃的研究课题之一。锥束 CT 实用化的关键在于提高图像重建速度和图像质量, 这方面主要取决于图像重建算法的进步, 因此, 重建算法的研究一直都是 CT 研究非常重要的一个方面。

锥束 CT 图像重建算法分为解析法和迭代法两大类<sup>[4]</sup>。迭代法直接重建三维图像, 是一种高分辨率重建法, 但重建处理速度慢<sup>[5]</sup>, 需要更多的计算资源, 实际中为了保证高速重建, 一般采用解析法。解析法分为近似算法和精确算法, 近似算法由于数学上简单、容易实现, 且当锥角较小时能够取得较好的重建效果, 因而在实际中得到广泛的应用<sup>[6]</sup>。目前应用最多最广的算法是 FDK 滤波反投影重建法, 其后由该算法改进而发展出的一些算法如 P-FDK、T-FDK<sup>[7]</sup>、S-FDK<sup>[8]</sup>也都属于近似算法, 锥束 CT 精确重建算法发展于 2002 年以后<sup>[9-10]</sup>。对 FDK 算法改进并结合数据并行处理可以快速重建三维图像<sup>[11]</sup>, 本文通过对 FDK 滤波反投影法的算法改进并基于具有双核处理器的计算机上的代码优化, 在保证重建图像质量的同时提高了重建速度、节约了资源。

## 1 FDK 滤波反投影法及其算法改进

### 1.1 FDK 算法

锥束 CT 几何位置关系如图 1 所示,  $po\zeta$  为虚拟探测器投影数据坐标系,  $tos$  为射线源所在坐标系,  $xyz$  为物体空间坐标系。FDK 算法通常可分为加权修正、卷积滤波和加权反投影三个步骤<sup>[8]</sup>, 以  $R_{\beta}(p, \zeta)$  代表投影数据, 则三步的算法表达式可写为:

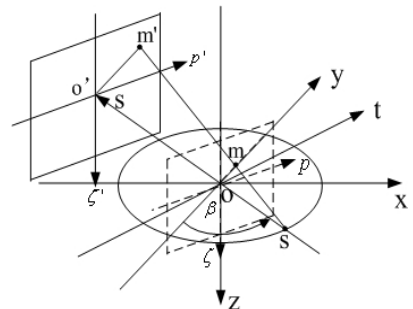


图 1 锥束 CT 的几何位置关系

收稿日期: 2007-09-13。

基金项目: 陕西省科技攻关项目 (2005K04-G1); 西安交通大学科学研究基金。

$$R'_\beta(p, \zeta) = \frac{D_{SO}}{\sqrt{D_{SO}^2 + \zeta^2 + p^2}} R_\beta(p, \zeta) \quad (1)$$

$$Q_\beta(p, \zeta) = R'_\beta(p, \zeta) * \frac{1}{2} h(p) \quad (2)$$

$$g(t, s, z) = \int_0^{2\pi} \frac{D_{SO}^2}{(D_{SO} - s)^2} Q_\beta \left( \frac{D_{SO} t}{D_{SO} - s}, \frac{D_{SO} z}{D_{SO} - s} \right) d\beta \quad (3)$$

这里关心的是式(3)的运算中隐含了许多重复的计算,有的只需改变符号即可得到,下面给出的两种改进算法就是基于上述思想来简化计算过程的。

## 1.2 算法改进 I

考虑重建空间域中关于中心断面对称的两个断面如图2所示,  $Z_1$ 、 $Z_2$  分别是两个断面上的一点, 直线  $Z_1 Z_2$  表示与  $z$  轴平行的任意一条穿过重建域的垂直体素线, 即  $Z_1$ 、 $Z_2$  是一对关于  $xoy$  平面对称的待重建点,  $P_1$  和  $P_2$  分别为  $Z_1$  和  $Z_2$  对应的投影点。假定点  $Z_1$ 、 $Z_2$  的空间坐标为  $(x, y, z_1)$  和  $(x, y, z_2)$ , 则有  $z_1 = -z_2$ 。

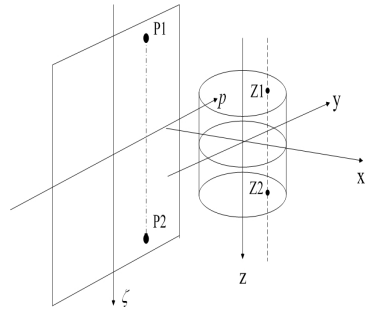


图2 对称的两个断面示意图

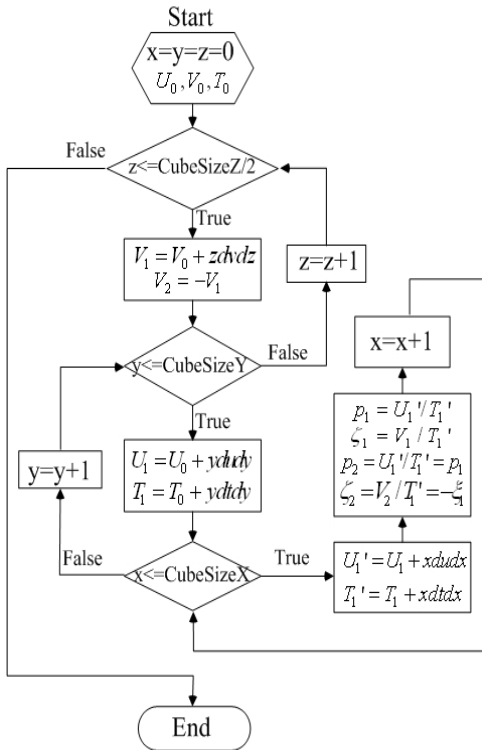


图3 同时算两幅断层图像的流程图

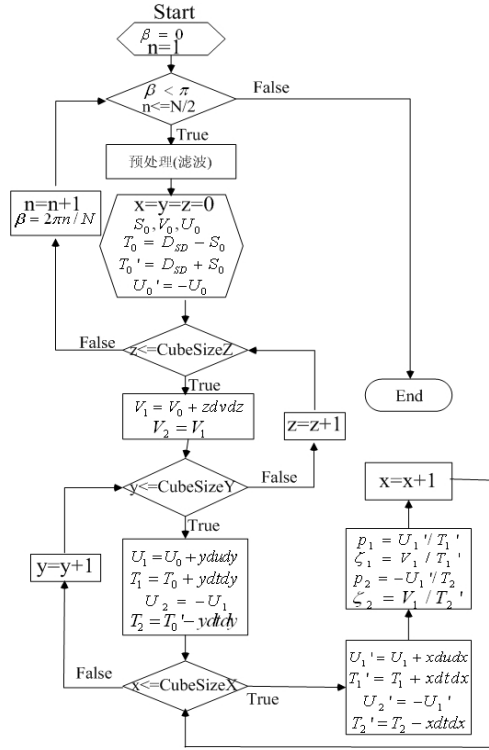


图4 同时算两个投影的流程图

在 FDK 法反投影步骤（式（3））中，如令  $U=D_{SO}t$ ,  $V=D_{SO}z$ ,  $T=D_{SO}-s$ ，则有  $V_1=V_2$ ,  $U_1=U_2$ ,  $T_1=T_2$ 。设  $P_1$  的坐标为  $(p, \zeta)$ ，因为  $p=U_1/T_1=U_2/T_2$ ,  $\zeta=V_1/T_1=-V_2/T_2$ ，则  $P_2$  的坐标为  $(p-\zeta)$ ，显然，对称的断面上类似  $Z_1, Z_2$  的任意对称点的投影均是关于  $p$  轴垂直对称的，这就使得我们可以一次求出  $z$  轴上对称两点的反投影地址值。因此，在反投影部分可以同时计算关于中央断面对称的任意两个断面，使  $z$  的循环次数减少到一半，改进后的算法流程图如图 3 所示。

### 1.3 算法改进 II

设重建断层图像的像素节距分别为  $X_{pitch}$ 、 $Y_{pitch}$  和  $Z_{pitch}$ ，当旋转角度  $\beta = \theta$  时，有关计算式为：

$$t = x \cos \theta + y \sin \theta, \quad s = -x \sin \theta + y \cos \theta$$

$$T_0 = D_{SO} - s = D_{SO} + x \sin \theta - y \cos \theta, \quad U_0 = D_{SO} \times t = D_{SO} \times (x \cos \theta + y \sin \theta), \quad V_0 = D_{SO} z$$

$$dudx = D_{SO} \times X_{pitch} \times \cos \theta, \quad dudy = D_{SO} \times Y_{pitch} \times \sin \theta$$

$$dtdx = X_{pitch} \times \sin \theta, \quad dtdy = -Y_{pitch} \times \cos \theta$$

则当  $\beta = \pi + \theta$  时，由于  $\sin(\pi + \theta) = -\sin \theta$ ,  $\cos(\pi + \theta) = -\cos \theta$ ，有：

$$T_1 = D_{SO} + x \sin(\pi + \theta) - y \cos(\pi + \theta) = D_{SO} - x \sin \theta + y \cos \theta = D_{SO} + s \quad (4)$$

$$U_1 = D_{SO} \times (x \cos(\pi + \theta) + y \sin(\pi + \theta)) = D_{SO} \times (-x \cos \theta - y \sin \theta) = -U_0 \quad (5)$$

$$V_1 = D_{SO} z = V_0 \quad (6)$$

$$sdudx = D_{SO} \times X_{pitch} \times \cos \beta = -dudx, \quad sdudy = D_{SO} \times Y_{pitch} \times \sin \beta = -dudy \quad (7)$$

$$sdt dx = X_{pitch} \times \sin \beta = -dtdx, \quad sdt dy = -Y_{pitch} \times \cos \beta = -dtdy \quad (8)$$

对投影图像幅数  $N$  为偶数（这个条件不难满足）的情况， $U_0, T_0$  表示第  $i$  幅投影时的  $U, T$  值，此时旋转角度  $\beta = \theta$ 。当  $\beta = \pi + \theta$  时，对应的实际是第  $(N/2+i)$  幅投影，所以  $U_1, T_1$  表示第  $(N/2+i)$  幅投影时的  $U, T$  值。对于  $U_1, T_1$  的步长，如式（7）和（8）所示，相对于  $U_0, T_0$  的步长，均只需改变符号。由式（4）和式（5）可以看出，求得  $U_0, T_0$  后稍作一个符号的改变就很容易得到  $U_1, T_1$ 。所以我们可以同时计算第  $i$  和第  $(N/2+i)$  幅两幅投影，这样可以减少计算正弦、余弦的次数和循环次数，这种方法与利用对称反投影改进算法提高速度类似<sup>[12]</sup>。改进后的算法流程图如图 4 所示。

## 2 计算机上的优化实现

### 2.1 插值优化

图 5 所示为待重建点对应的投影点位置，要较准确地求得图中  $M, N$  点的投影值，必须进行插值。常用的插值方法有：①近邻插值，②线性插值，③双线性插值。这几种插值法从①到③精度越来越好，当然计算也越来越复杂。为保证图像质量，一般采用双线性插值。

双线性插值需要在行和列上都进行线性插值，计

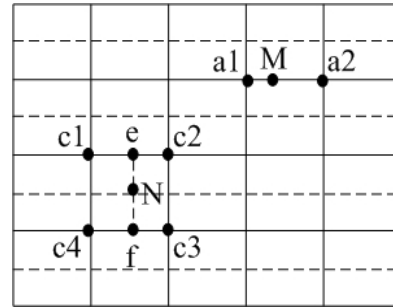


图 5 投影点位置

算复杂、耗时较多。为简化计算，我们在反投影前先对滤波后的投影数据在行间进行预插值，如图 5 中虚线所示，在行与行之间先预插值出一行数据，反投影时只要线性插值即可。具体采用 IPP 3.0 中的库函数 `ippiResize()` 来实现，该函数本身采用优化算法，运算时间短而且有多种插值方法可供选择。

2.2 代码优化

代码优化主要是采用 Open MP 并行化和对代码进行调整。在反投影之前，同时计算两幅投影的预处理运算是相互独立的，所以采用 `#pragma omp parallel sections` 基于两个线程来进行。反投影部分是三个嵌套的 for 循环，且每层循环的计算均是独立的。我们对最外层循环用 `#pragma omp parallel for` 来并行化。在此，因为反投影计算复杂程度高，CPU 使用率很高，所以设定线程数目为 CPU 个数，这样可以使 Open MP 这种并行模式的效率达到最高。存放重建后数据的数组起始地址的指针变量的初值在每个线程中是相同的，且在每个线程中它都要发生改变，所以此处要用 `firstprivate` 来限定其特性。对于循环中会在不同线程发生改变的其他变量，也以 `private` 来限定。

代码调整主要从预先计算、删除公共子表达式以及削弱运算强度等方面进行了优化。

3 图像重建实验结果

图像重建实验采用 360 幅大小为  $1920 \times 1536$  的一种微波滤波器件的原始投影数据，图 6 为其中的一幅图像。计算机配置为：Pentium 4 双核 3.0 GHz 处理器、2 GB 内存，算法基于 Visual C++ 6.0 及 Intel Compiler 7.0 开发平台来实现。

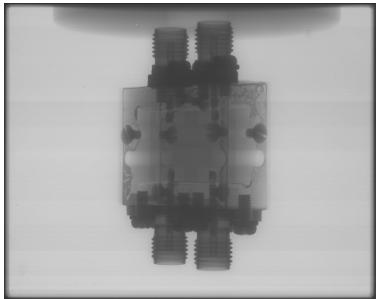


图 6 原始投影图像

3.1 图像重建时间对比

表 1 给出了采用传统 FDK 原形算法和不同的改进方法的计算性能对比结果。方法 I 只采用 z 轴上同时算两幅断面图像的算法改进 I，方法 II 只采用同时算两幅投影的算法改进 II，方法 III 综合采用方法 I 和方法 II 并采用双线性插值，方法 IV 综合应用方法 I 和方法 II 的同时采用代码优化方法，方法 V 采用所有的优化方法。表中的最终加速比表示采用所有优化方法后重建时间与原始 FDK 法的加速比。

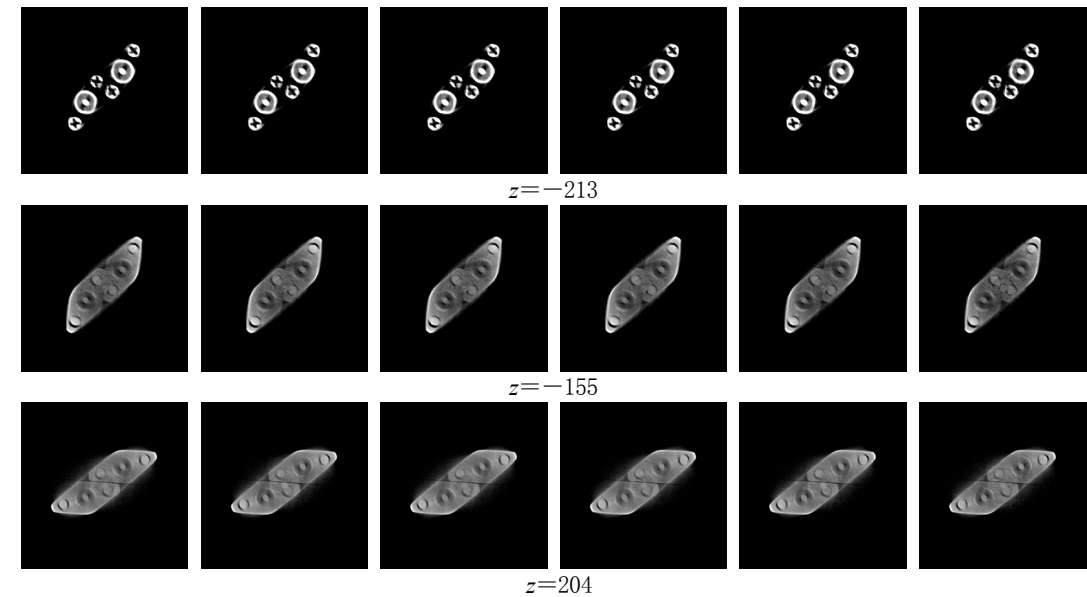
表 1 不同方法重建时间对比表

| 重建图像<br>大小 | 重建图像<br>幅数 | 重建时间/s      |          |          |          |        |        | 最终<br>加速比 |
|------------|------------|-------------|----------|----------|----------|--------|--------|-----------|
|            |            | FDK<br>原形算法 | 方法 I     | 方法 II    | 方法 III   | 方法 IV  | 方法 V   |           |
| 128×128    | 128        | 121.14      | 116.78   | 103.55   | 108.84   | 92.41  | 68.61  | 1.77      |
| 256×256    | 256        | 382.09      | 331.39   | 324.19   | 311.92   | 171.76 | 132.86 | 2.88      |
| 512×512    | 512        | 2 576.63    | 1 910.25 | 1 922.26 | 1 895.75 | 891.72 | 565.55 | 4.56      |

从表 1 可以看出，单纯只从算法上改进对速度的提高不是很大，反过来，如果没有快速算法这个前提，代码优化实现也就无从下手，所以必须将算法与代码优化实现联系起来，才能实现快速重建。

3.2 图像重建质量对比

图 7 为各种方法重建所得到的不同纵向位置的断层图像。 $z$  值表示断面在重建坐标系中的纵向位置， $z=0$  为中心断面， $z=-213$ 、 $z=-155$  和  $z=204$  分别对应锥角为  $-2.43^\circ$ 、 $-1.77^\circ$  和  $2.33^\circ$  时的断面。图像从左到右分别为利用 FDK 原形算法以及改进方法 I ~ V 重建所得图像。



(a) FDK 原形算法 (b) 改进方法 I (c) 改进方法 II (d) 改进方法 III (e) 改进方法 IV (f) 改进方法 V  
图 7 各种方法重建所得断层图像

几种方法所重建图像质量视觉上相当，在此通过计算改进方法与 FDK 算法所重建图像的差值图像对重建误差进行了定量比较，并以差值图像的灰度平均值作比较的基准，结果如表 2 所示。考虑到 FDK 算法所重建的 3 幅图像的灰度平均值分别为 9.32，13.38 和 16.74，从表 2 可以看出，几种改进方法的图像重建误差均比较小。当然随着多种改进方法的同时采用，图像重建误差趋于增大，尤其改进方法 V 的图像重建误差明显大于前几种方法，这主要是由于采用了行间预插值，重建误差会比双线性插值大。

表 2 不同方法重建图像误差

| 断面位置     | 差值图像灰度平均值 |         |         |          |          |
|----------|-----------|---------|---------|----------|----------|
|          | 方法 I      | 方法 II   | 方法 III  | 方法 IV    | 方法 V     |
| $z=-213$ | 0         | 0.019 7 | 0.019 7 | -0.087 4 | 0.257 6  |
| $z=-155$ | 0         | 0.058 1 | 0.058 1 | -0.273 2 | -0.763 2 |
| $z=204$  | -0.040 5  | 0.054 0 | 0.054 0 | -0.197 9 | -0.529 0 |

表 1、表 2 和图 7 的结果表明, 与 FDK 原型法相比经过改进优化的方法不仅较大地提高了重建速度, 且重建断层图像质量基本相当。

## 4 结论

通过分析 FDK 滤波反投影算法, 提出了两种算法改进方法, 并结合基于共享内存的 Open MP 并行技术和代码优化, 使锥束 CT 图像重建速度得到了较大的提高。改进算法在提高图像重建速度的同时, 其重建图像质量与 FDK 原型算法相当。

**致谢:** 实验所用原始投影图像由日本无线株式会社在其工业用超高速 3 维微焦点 X 射线 CT 系统 (JAZ-1300M) 上采集得到, 在此表示感谢。

## 参考文献

- [1] Herman G T. Image reconstruction from projections[M]. Academic, New York, 1980.
- [2] Feldkam L A, Davis L C, Kress J W. Practical cone-beam algorithm[J]. J Opt Soc Am A, 1984, 1(6): 612-619.
- [3] Kalender W A 著, 崔世民, 等主译. 计算机体层成像[M], 人民卫生出版社, 2003.
- [4] 庄天戈. CT 原理与算法[M]. 上海交通大学出版社, 1992.
- [5] Budinger TF, Gullberg GT. Three dimensional reconstructions in nuclear medicine emission imaging[J]. IEEE Trans on Nucl Med, 1974, 21: 2-16.
- [6] 张剑, 陈志强. 三维锥形束 CT 成像 FDK 重建算法发展综述[J]. 中国体视学与图像分析, 2005, 10(2): 116-121.
- [7] Grass M. 3-D cone-beam CT reconstruction for circular trajectories[J]. Phys Med Biol, 2000, 45: 329-347.
- [8] Turbell H. Cone-beam reconstruction using filtered back projection[D]. Sweden: Linkoping Studies in Science and Technology, Thesis No 672, 2001.
- [9] Chen Zhi-qiang, Li Liang et al. New developments of exact cone-beam CT reconstruction algorithms[J]. CT Theory and Applications, 2005, 14(3): 65-70.
- [10] 李亮, 陈志强, 张丽, 等. 潘晓川教授的反投影滤波(BPF)新型重建算法介绍[J]. CT 理论与应用研究, 2006, 15(3): 68-73.
- [11] 毛海鹏, 张定华, 梁亮, 等. 一种基于 PC 的快速三维图像重建方法[J]. 系统仿真学报, 2004, 16(11): 2486-2489.
- [12] 张全红, 路宏年, 杨民, 等. 用对称反投影及递归迭代实现扇束 CT 快速重建[J]. CT 理论与应用研究, 2004, 13(4): 16-19.

## Fast Accomplishment of Reconstruction Algorithm for Cone Beam CT

WU Sheng-li, PAN Rui-yi, WEN Bin

Key Laboratory of Physical Electronics and Devices of the Ministry of Education,  
Xi'an Jiaotong University, Xian 710049, China

**Abstract:** Based on the analysis of traditional FDK filtered-backprojection algorithm for Cone-beam CT reconstruction, two kinds of improvements are presented to accelerate the reconstruction. Together with algorithm improvements, the parallel programming technology Open MP and the SSE, MMX instructions are adopted to optimize the code. The reconstruction from actual cone-beam CT projections shows that these improvements can make the reconstruction much fast while keeping the image quality as good as the traditional FDK algorithm.

**Key words:** Cone-beam CT; image reconstruction; FDK filtered-back projection algorithm; Open MP parallel programming

**作者简介:** 吴胜利(1964—), 男, 西安交通大学电子科学与技术系教授, 主要从事 CT 图像重建技术、图像处理及平板显示技术的研究, 通讯地址: 陕西省西安市咸宁西路 28 号西安交通大学电子物理与器件研究所, 邮编: 710049, Tel: 029-82668809, E-mail: slwu@mail.xjtu.edu.cn。